

## بررسی مصرف بین دوره‌ای با رویکرد اقتصاد اسلامی

علی حسین استادزاده<sup>۱</sup>

### چکیده

بحث رفتار مصرف کننده، از مباحث مهم اقتصاد به ویژه اقتصاد اسلامی است. در تحقیق حاضر نظریه بهینه یابی مصرف بین دوره ای با توجه به چارچوب اقتصاد اسلامی بسط داده شده است. ابتدا با توجه به احادیث و چارچوب الگوی بهینه مصرف بین دوره ای این نتیجه بدست آمد که تابع مطلوبیت فرد مسلمان علاوه بر مصرف به انجام کارهای خیر نیز بستگی دارد. با توجه به محدودیت بودجه فرد مسلمان و اینکه خمس باید از پس انداز فرد پرداخت شود، خمس در الگو در نظر گرفته شده است. سفارشات بسیاری به عدم افراط و تفریط در دین اسلام شده است، به همین منظور با توجه به تابع مطلوبیت فرد و خط بودجه ای که فرد با آن روبرو است بهینه یابی صورت گرفته است. با توجه به معادلات بدست آمده مسیر بهینه مصرف و مسیر بهینه انجام کارهای خیر (صدقه) در طول زمان رسم شده است. مسیرهای بهینه بر اساس مقادیر نرخ سود صفر و همچنین نرخ سود ۱ درصد رسم شده است. با نرخ سود صفر این نتیجه بدست آمد که مصرف در طول زمان مقدار ثابتی خواهد داشت. با توجه به روابط محاسبه شده؛ مصرف و صدقه بهینه در هر زمان مشخص تنها به ارزش فعلی درآمد در طول زندگی بستگی دارد و به متغیرهای دیگر مانند مصرف یا صدقه دوره قبل وابسته نمی باشد. همچنین ذکر این نکته ضروری است که مسیر بهینه مصرف مستقل از صدقه و همچنین مسیر بهینه صدقه مستقل از مصرف است. مسیرهای بهینه مصرف و صدقه تنها به متغیر ارزش فعلی درآمد بستگی دارد. با تحلیل حساسیت صورت گرفته روی متغیر ارزش فعلی درآمد مشاهده شد که با افزایش ارزش حال کل درآمد زندگی فرد؛ مسیر بهینه مصرف و صدقه به بالا منتقل می شود و شیب مسیر بهینه را تغییر نمی دهد.

### واژه‌گان کلیدی

بهینه یابی مصرف بین دوره‌ای، تقویا، اقتصاد اسلامی، خمس، صدقه.

<sup>۱</sup> دانشجوی دکتری علوم اقتصادی، دانشگاه شیراز aostadzad@yahoo.com

## ۱- مقدمه

نظریه های مربوط به تابع مصرف ابتدا با نوآوری مفهوم تابع مصرف و نظریه کیتزری در سال ۱۹۳۶ آغاز شد. بعد از نظریه کیتزری رابطه بین درآمد و مخارج مصرفی یک رابطه کلیدی در تحلیل های اقتصاد کلان بوده است. پس از توسعه ابعاد نظری تابع مصرف کیتزری، در مطالعات بسیاری به بسط اطلاعات آماری درباره رفتار مصرف کننده و رابطه بین مصرف، پس انداز و درآمد پرداخته شد. دادهای آماری نشان می دادند که نسبت مخارج مصرفی به درآمد چه به صورت دوره ای و چه به صورت مقطع ای در هر مقطع زمانی خاص در جهت عکس سطح درآمد تغییر می کند. ولی به طور متوسط در بلند مدت با افزایش درآمد، این نسبت تمایل به کاهش ندارد. (شاکری، ۱۳۷۳)

به منظور بررسی و حل این تنافض سه نظریه متفاوت توسط دوزنبری در ۱۹۴۹ و فریدمن در ۱۹۵۷ و با یک سری مقالات از مویدگلیانی در ابتدای دهه ۱۹۵۰ ارائه گردید. این نظریه ها دارای وجوده اشتراک بوده و در یک سری زمینه ها از یکدیگر متفاوت می باشند. نظریه هایی که توسط دوزنبری، فریدمن، مویدگلیانی و دیگران برای توضیح رفتار های مصرفی ارائه شد همگی از یک زیر بنای اساسی از نظریات خرد اقتصادی درباره انتخاب مصرف کننده برخوردار بوده اند. به خصوص فریدمن بحث خود را با این فرض صریح آغاز می کند که رفتار مشاهده شده مصرف کننده نتیجه تلاش عقلایی وی برای حداکثر نمودن مطلوبیت خود از طریق تخصیص جریان درآمدی دوره زندگی در یک الگوی بهینه مصرف در طول زندگی می باشد.

فهیم خان (۱۹۸۴) به بسط مدل مصرف در اقتصاد کلان در چارچوب اقتصاد اسلامی پرداخته است. در این مطالعه مطلوبیت شخص علاوه بر مصرف، تابعی از تقویت نیز می باشد.

نظریه های مربوط به توابع مصرف و رفتار پس انداز، بر اساس الگوی عمومی رفتار بهینه خانوار در طول زمان، بنا شده اند. این نظریه با داده های تجربی قابل آزمون نمی باشد. بدین منظور در مطالعات مختلف، این الگوی عمومی اصلاح شده است، تا بتواند این نظریه را در مقابل آمارهای مشاهده شده قابل آزمون نموده و بر جنبه های مختلف دلالت های سیاستی آن تاکید نمایند. در ادامه مبانی فقهی که الگوی مورد نظر در این مطالعه بر اساس این مبانی می باشد، مورد بررسی می گیرد:

امام صادق(ع) می فرمایند: اسراف باعث فقر و میانه روی موجب بی نیازی می شود.<sup>۱</sup> (وسائل الشیعه، ج ۱۵، ص ۲۵۸، ح ۸)

امام باقر(ع) به فرزندش امام صادق(ع) فرمودند: تو را سفارش می کنم به انجام کار خیر در وسط دو کار بد تا آن دو را محظوظ کنند، امام صادق(ع) سوال کردند چگونه چنین چیزی ممکن است؟ امام فرمودند: همانطور که قرآن می گوید مؤمنین کسانی هستند که وقتی اتفاق<sup>۲</sup> می کنند اسراف و یا سختگیری نمی کنند (اسراف و سختگیری هر دو بد هستند و حد میانه آنها خوب است)<sup>۳</sup> که با توجه به احادیث فراوان دیگر؛ بهینه یابی در اقتصاد اسلام قابل توجیه خواهد بود. (تفسیر نورالقلین، ج ۴، ص ۲۷، ح ۹۸)

در آموزه های اسلامی تاکید بر کارهای خیر بسیار دیده می شود. با توجه به این موضوع، می توان فرض نمود که علاوه بر مصرف، تقویت و پرهیز کاری نیز مطلوبیت فرد مسلمان را افزایش می دهد. در ادامه به چند حدیث اشاره شده است که این احادیث تاکید بر انجام کارهای نیک و همچنین مصرف بهینه دارند.

امام علی علیه السلام می فرمایند: اسراف در هر چیزی ناپسند است، مگر در کارهای خیر.<sup>۴</sup> (غزال الحکم، ج ۲، ص ۸۶ ح ۱۹۳۸)

<sup>۱</sup>- إنَّ السَّرَفَ يُورِثُ الْفَقَرَ وَإِنَّ الْقَصْدَ يُورِثُ الْغَنَى؛

<sup>۲</sup>- اتفاق عملی نیکو و نوعی عبادت است و موجب تقویت می شود.

<sup>۳</sup>- بَنَىَ عَلَيْكَ بِالْخَسْنَةِ بَيْنَ السَّيِّئَتَيْنِ تَمْحُو هُمَا قَالَ وَكَيْفَ ذَلِكَ يَا أَبَّهُ؟ قَالَ مِثْلُ قَوْلِهِ، «وَالَّذِينَ إِذَا أَنْفَقُوا لَهُمْ يُسْرِفُوا وَلَمْ يَقْتُرُوا»؛

<sup>۴</sup>- أَسْرَافٌ مَذْمُومٌ فِي كُلِّ شَيْءٍ إِلَّا فِي أَفْعَالِ الْبَرِّ؛

نقل شده است که امام صادق(ع) مشاهده کردند که سبیی را نیم خورده از خانه بیرون انداخته اند، خشمگین شدند و فرمودند: اگر شما سیر هستید، خیلی از مردم گرسنه‌اند خوب بود آن را به نیازمندش می‌دادید. ۱ (بحارالأنوار، ج ۶۶، ص ۴۳۲، ح ۱۶) امام علی(ع) فرموده اند: اسراف را رها کن و میانه‌روی در پیش گیر و امروز به یاد فردا باش و از مال به اندازه ضرورت نگهدار و اضافی آن را برای روز نیازمندیت (قیامت) پیش فرست. ۲ (نهج البلاغه، نامه ۲۱)

با توجه به احادیث ذکر شده در الگوی این مطالعه فرض شده است که درآمد هر دوره علاوه بر مصرف و پس انداز صرف صدقه نیز می‌شود و صرف درآمد در کارهای خیر (صدقه) مطلوبیت را افزایش می‌دهد. خمس یکی از واجبات مالی اسلام بوده و از نظر قرآن و روایات دارای اهمیت خاصی می‌باشد و یکی از مسائل حیاتی جامعه به شمار می‌رود. در آیه زیر وジョب خمس و مصارف آن به صورت فشرده بیان و اهمیت آن تعیین شده است.

"ای مؤمنان بدانید که آنچه به شما غنیمت و فایده رسد (کم یا زیاد) خمس (یک پنجم) آن مخصوص خدا و رسول و خویشان او و یتیمان و فقیران و در راه ماندگان است." ۳ (سوره انفال، آیه ۴۱)

در این مطالعه فرض شده است، در هر دوره ۲۰ درصد از پس انداز تبدیل به ثروت و سرمایه نمی‌شود و خمس به صورت یک ضریب از پس انداز در هر دوره کم می‌شود.

در قسمت بعد به پیشنه پژوهش پرداخته شده است. سپس در بخش ۳ مبانی نظری و فروض الگو مورد بررسی قرار گرفته است. در قسمت ۴ الگوی بسط داده شده در قسمت ۳ نیز حل و مورد بررسی قرار گرفته است. در قسمت ۵ با یک مثال با توجه به مقادیر مختلف نرخ سود سرمایه (هزینه اجاره سرمایه) چگونگی تخصیص درآمد به مصرف و صدقه در طول زمان بررسی شده است. سپس در قسمت ۶ به بررسی نتایج الگو پرداخته شده است.

## ۲- پیشنه پژوهش

در این قسمت به بررسی مطالعات پیشین و تفاوت‌های این مطالعه با مطالعات گذشته پرداخته شده است. محمد منذر قحف<sup>۴</sup> در سال ۱۹۷۳ در مقاله‌ای تحت عنوان "تابع مصرف کلان در چارچوب اقتصاد اسلامی" عقلانیت اقتصادی در اقتصاد سنتی را نقد کرده و چارچوبی برای عقلانیت اسلامی ارائه داده است. در این مطالعه نشان داده شده است که افق زمانی مصرف کننده مسلمان متفاوت از مصرف کننده غیردینی است. آخرت نیز در این افق زمانی در نظر گرفته شده است.

پس از آن، قحف (۱۹۷۴) در مقاله‌ای تحت عنوان "یک مدل از تصمیم خانوار در اقتصاد اسلامی" با ارائه بحثی مبتنی بر ۳ پایه زکات، جایگزینی مضاربه به جای بازار ربوی سرمایه و تعاون به جای رقابت، مدلی را برای تصمیم‌گیری خانوار با هدف حداکثر کردن مطلوبیت ارائه کرده است که در این مطالعه، نحوه تصمیم‌گیری فرد مسلمان برای تخصیص منابع به پس‌انداز و سرمایه‌گذاری مورد بررسی قرار گرفته است.

زرقا (۱۹۷۶) مصرف در سطح کفایت و کمتر از اسراف، و همچنین هدف بودن پاداش آخرتی در تابع مطلوبیت را مطرح می‌کند. براساس نظر او، هدف مصرف کننده، حداکثر کردن مطلوبیت ناشی از مصرف دنیابی و پاداش آخرتی است.

۱- رَوَى أَنَّهُ نَظَرَ الصَّادِقَ إِلَى فَاكِهَةٍ قَدْ رُمِيَتْ مِنْ دَارِهِ لَمْ يُسْتَقْصَ أَكْلُهَا فَعَصَبَ وَقَالَ: مَا هَذَا إِنْ كُنْتُمْ شَبِعْتُمْ فَإِنَّ كَثِيرًا مِنَ النَّاسِ لَمْ يَشْبَعُوا فَأَطْعِمُوهُ مَنْ يَحْتَاجُ إِلَيْهِ؛

۲- قَدْعَ السَّرَافَ مَقْتَصِدًا وَادْكُرْ فِي الْيَوْمِ غَدًا وَأَمْسِكْ مِنَ الْمَالِ يَقْدِرُ ضَرُورَتِكَ وَقَدْمَ الْفَضْلِ لِيَوْمِ حَاجَتِكَ؛

۳- «وَأَغْلَمُوا أَنَّمَا غَنِمْتُمْ مِنْ شَيْءٍ فَإِنَّ اللَّهَ خَمْسَةَ وَلِرَسُولٍ وَلِذِي الْقُرْبَى وَالْيَتَامَى وَالْمَسَاكِينَ وَإِنِّي سَيِّلِ إِنْ كُنْتُمْ آمْنَتُمْ بِاللَّهِ وَمَا أَنْزَلْنَا عَلَى عَبْدِنَا»

<sup>4</sup>- Mohammad Monzer kahf

تونچیان (۱۳۶۳) در کتاب "ثوری تقاضا و تحلیل اقتصادی انفاق" مطلوبیت فرد را به عنوان تابعی از رضای خاطر حاصل از هر عملی که زمینه‌های رضای خدا را فراهم آورد می‌داند. در مطالعه‌ی فرض شده است، هر عملی که رضای خداوند را فراهم می‌آورد، مطلوبیت فرد مسلمان را افزایش می‌دهد.

سید‌کاظم صدر (۱۳۷۵) در کتاب "اقتصاد صدر اسلام"، نظریه مصرف در اقتصاد اسلام را مورد بررسی قرار داده است. در این کتاب اشاره شده است که هدف مصرف کننده حداکثر کردن رضایت محبوب می‌باشد. در این مطالعه فرض شده است که مصرف کننده به منظور حداکثر سازی مطلوبیت می‌کوشد، سطح رضای خدا را حداکثر کند. این موضوع در قالب نمودار مطرح شده است. در این مدل در بررسی رفتار مصرف کننده مسلمان فرض شده است که تصمیم گیرنده مسلمان درآمد خود را به انفاق و مصرف شخصی تقسیم می‌کند. وی در مطالعه خود منحنی‌های درآمد - مصرف و درآمد - انفاق را ارائه می‌کند. همچنین وی بحث استراحت و عبادت را نیز در مقابل کسب درآمد برای تقسیم زمان مصرف کننده، مطرح و نحوه تصمیم گیری در این زمینه را تشریح می‌کند.

دادگر (۱۳۷۸) در کتابی تحت عنوان "نگرشی بر اقتصاد اسلامی، معرفت‌ها، ارزش‌ها و روش‌ها" مطلوبیت را به ۳ بخش تفکیک کرده است: ۱. مطلوبیت مادی حاصل از مصرف کالاهای دنیاگی ۲. مطلوبیت معنوی (ناشی از انجام اعمال برای خدا). ۳. مطلوبیت حاصل از اطمینان و آرامش روحی (به دست آمده از انجام اعمال برای خدا). وی دو مطلوبیت اخیر را در مطلوبیت الهی خلاصه می‌کند.

عزتی (۱۳۸۲) در مقاله‌ای تحت عنوان "اثر ایمان مذهبی بر تخصیص زمان افراد به فعالیت‌های مذهبی و تفریحی" شاخصی برای درجه ایمان افراد پیشنهاد کرده است. در مطالعه‌ی فرض شده است که تحقق آخرت برای همه افراد مسجل نیست، برخی از افراد به آخرت ایمان دارند و برخی دیگر ندارند. برای افرادی که ایمان دارند، آخرت تحقق یافته است. ایمان همه افراد نیز به یک اندازه نیست و تفاوت دارد. هر چه ایمان بیشتر باشد، فرد تحقق آخرت را قطعی‌تر تلقی می‌کند؛ پس درجه اطمینان به تحقق آخرت، با درجه ایمان افراد مترادف است.

میرمعزی (۱۳۸۴) در مقاله‌ای تحت عنوان «الگوی مصرف کلان در جامعه اسلامی» اثبات کرده است که در جامعه اسلامی (جامعه‌ای که اکثر افراد آن به مبانی بینشی و ارزشی اسلام اعتقاد دارند) الگوی مصرف جامعه به گونه‌ای است که وجوده قابل سرمایه‌گذاری افزایش یافته و سرمایه‌لازم جهت تحقق رشد و توسعه فراهم می‌شود. با توجه به نتایج این تحقیق، بهترین راه برد رشد و توسعه، تلاش در جهت سیاست‌گذاری تحقق جامعه اسلامی و نهادینه کردن فرهنگ مصرف و تخصیص درآمد اسلامی می‌باشد. در این مطالعه برای اثبات این موضوع، ابتدا روش استخراج الگوی تابع مصرف کلان در جامعه اسلامی و سپس مبانی خرد الگوی مصرف کلان در این جامعه تبیین شده و براساس آن الگوی مصرف کلان استخراج و در پایان نیز نتایج ثبیت این الگو در جامعه بررسی شده است. هدف این مقاله تبیین الگوی مصرف کلان در جامعه اسلامی و اثبات این موضوع است که اگر الگوی مصرف جامعه را به سوی الگوی مطلوب اسلامی هدایت کنیم، وجوده قابل سرمایه‌گذاری افزایش یافته، سرمایه‌لازم جهت تحقق رشد و توسعه فراهم می‌آید، در نتیجه ثبیت الگوی مصرف اسلامی در جامعه، برای کشورهای در حال توسعه که به کمبود سرمایه دچارند، یگانه راه گریز از فقر است. در این مقاله، ابتدا به تفصیل روش استخراج الگوی مصرف کلان در جامعه اسلامی بیان شده است، سپس مبانی خرد الگوی مصرف کلان را در این جامعه تبیین، و براساس آن الگوی مصرف کلان را استخراج می‌شود.

حسینی (۱۳۸۸) در مقاله‌ای تحت عنوان "الگوی مطلوب مصرف در چارچوب الگوی تخصیص درآمد اسلامی" به بررسی و تبیین الگوی مطلوب تخصیص درآمد فردی در چارچوب نگرش اسلامی پرداخته است. در این مقاله با بررسی مبانی اعتقادی، هدف‌ها، موارد و بایدها و نبایدات الگوی تخصیص درآمد در اسلام مطرح شده است، اولاً مفهوم کانونی در این الگو انفاق است

که مصرف فقط یکی از موارد آن شمرده می‌شود؛ ثانیاً این مفهوم، به جای مصرف، بر مبانی بینشی و ارزشی اسلامی مبتنی است؛ ثالثاً رفتار مطلوب تخصیص درآمدی (به ویژه رفتار مصرفی) در چارچوب اسلامی به گونه‌ای رقم می‌خورد که رفاه، عدالت اجتماعی و معنویت را در کنار یکدیگر ارتقا می‌بخشد.

در مطالعه حاضر مدل بهینه یابی بین دوره‌ای مصرف<sup>۱</sup> با توجه به احادیث اسلامی و از نظر دیدگاه فقهی مورد بررسی قرار گرفته است. با بسط مدل بهینه یابی بین دوره‌ای مصرف مطلوبیت فرد مانند مطالعه توتونچیان تابعی از انجام کارهای خیر و مصرف شخصی در نظر گرفته شده است. پس از حل مدل، ابتدا نمودار مصرف شخصی در طول زمان زندگی فرد و سپس نمودار میزان انجام کارهای خیر در طول زمان رسم شده است. سپس در نزد سودهای مختلف نمودارهای طول عمر مورد بررسی قرار گرفته است.

### ۳- مبانی نظری و فروض الگو

در این قسمت فروض الگو و تفاوت‌هایی که با مدل‌های مشابه دارد مورد بحث و بررسی قرار گرفته است.

در ابتدا فردی مسلمان در زمان صفر در نظر می‌گیریم که این فرد انتظار دارد تا زمان T زندگی بماند. طبق نظریه بین دوره‌ای مصرف این فرد در زمان صفر با جریان درآمدی جاری<sup>۲</sup> و انتظاری<sup>۳</sup> معین و با سرمایه جاری و مشخص A، آن سطح از مصرف و صدقه که مطلوبیت انتظاری او را در همه دوره‌ها (جاری و آینده) حداکثر سازد انتخاب می‌کند.

برای سهولت فرض شده است افراد هنگام فوت هیچگونه ارثی از خود به جای نمی‌گذارند، لذا هر فرد در نظر دارد که تا آخر عمر همه درآمدهای را مصرف کرده و یا اگر مالی دارد آن را وقف کند و سپس از دنیا برود. تابع مطلوبیت فرد مسلمان شیوه تابع مطلوبیت در مطالعه توتونچیان (۱۳۶۳) در نظر گرفته شده است. تابع مطلوبیت در مدل‌های سنتی اقتصاد (مدل فریدمن) فقط تابعی از مصرف تمام دوره‌های زندگی است. در این مطالعه تابع مطلوبیت فرد علاوه بر مصرف تابعی از صدقه<sup>۴</sup> نیز می‌باشد. هم مصرف و هم انجام کارهای خیر (صدقه) مطلوبیت فرد مسلمان را افزایش می‌دهد.

$$U(c, p) = U(C_1, C_2, \dots, C_T, P_1, P_2, \dots, P_T) \quad (1)$$

با توجه به رابطه فوق،  $P_t$  میزان انفاقی است که فرد در تمام دوره t از عمر خود انجام می‌دهد.  $C_t$  مصرف شخصی فرد مسلمان در زمان t می‌باشد. به منظور انعطاف‌پذیری مسئله از لحاظ تحلیلی شکل خاصی از تابع مطلوبیت در نظر گرفته شده است. در این مطالعه تابع مطلوبیت مربوط به مصرف ( $C_t$ ) در زمان t لگاریتمی در نظر گرفته شده است.

$$U(C_t) = \ln(C_t) \quad (2)$$

تابع مطلوبیت مربوط به مصرف که در رابطه (2) در نظر گرفته شده خواص معمولی توابع مطلوبیت را دارا می‌باشد، یعنی مطلوبیت نهایی در آن مثبت بوده<sup>۵</sup> و تابع کاهنده از سطح مصرف<sup>۶</sup> می‌باشد. تابع مطلوبیت فرد مسلمان مربوط به قسمتی از درآمد که به صدقه (p<sub>t</sub>) اختصاص یافته است ( $p_t U$ )، در رابطه زیر نشان داده شده است.

$$U(p_t) = \frac{p_t^{1-\frac{1}{\rho}}}{1-\frac{1}{\rho}} \quad (3)$$

<sup>۱</sup>- Intertemporal optimizing model of consumption

<sup>۲</sup>- Current income

<sup>۳</sup>- Expected income

<sup>۴</sup>- هرگونه کمک مالی به هم نوع، همچنین انجام کارهای خیر مانند ساخت مدرسه، بیمارستان و ... در این مطالعه به عنوان صدقه در نظر گرفته می‌شود که مطلوبیت فرد را افزایش می‌دهد.

<sup>۵</sup>-  $U'(c) = \frac{1}{c} > 0$

<sup>۶</sup>-  $U''(c) = -\frac{1}{c^2} < 0$

تابع مطلوبیت مربوط به صدقه نیز خواص معمولی توابع مطلوبیت را دارا می باشد، یعنی مطلوبیت نهایی در آن مثبت می باشد.<sup>۱</sup> با توجه به رابطه (۳) هر چه مقدار  $p$  بیشتر باشد مطلوبیت فرد با توجه به مقدار ثابت  $P_t$  بیشتر خواهد شد. بنابراین مقدار  $p$  میزان اعتقاد و ایمان فرد مسلمان را نشان می دهد. هر چه ایمان فرد قوی تر باشد مقدار  $p$  برای این فرد بزرگتر است. بنابراین  $p$  میزان اعتقاد فرد<sup>۲</sup> نامیده می شود.<sup>۳</sup>

از طرفی اگر بخواهیم افزایش صدقه مطلوبیت فرد را افزایش دهد باید توان عبارت  $P_t^{1-\frac{1}{\rho}}$  مثبت باشد. یعنی:

$$1 - \frac{1}{\rho} > 0 \Rightarrow 1 > \frac{1}{\rho} \Rightarrow \rho > 1$$

بنابراین میزان اعتقادات برای فرد مسلمان ( $p$ ) بزرگتر از ۱ می باشد و هر چه اعتقادات فرد قوی تر باشد مقدار  $p$  بزرگتر خواهد بود. علاوه بر این فرض می کنیم که تابع مطلوبیت در طول زمان جمع پذیر<sup>۴</sup> و جدایی پذیر<sup>۵</sup> می باشد، این به این معنی است که مطلوبیت نهایی هر دوره، از مصرف سایر دوره ها مستقل می باشد.

فرض دیگر الگو این می باشد که مطلوبیت آینده با نرخ ذهنی<sup>۶</sup>  $\delta$  قابل تنزیل به حال می باشد. با توجه به فروض الگو تابع مطلوبیت فرد در زمان حال در رابطه ۴ نشان داده شده است.

$$U(c, p) = \ln(C_0) + \frac{\ln(C_1)}{(1+\delta)^1} + \dots + \frac{\ln(C_t)}{(1+\delta)^t} + \frac{P_0^{1-\frac{1}{\rho}}}{1-\frac{1}{\rho}} + \dots + \frac{P_T^{1-\frac{1}{\rho}}}{1-\frac{1}{\rho}} \quad (4)$$

نرخ تنزیل  $\delta$  نشان دهنده میزان ضرر فرد به دلیل انتظار کشیدن برای مصرف می باشد. با توجه به رابطه ۴ فقط مصرف آینده تنزیل شده است. فرض شده است، برای فرد فرقی ندارد که در چه زمانی صدقه پرداخت کند. زمان حال و آینده برای پرداخت صدقه یکسان در نظر گرفته شده است. بنابراین صدقه در تابع مطلوبیت تنزیل نشده است. در ادامه به بررسی نرخ تنزیل ذهنی فرد مسلمان با توجه به احادیث پرداخته شده است.

نرخ تنزیل  $\delta$  عددی بین صفر و یک اختیار می کند. اگر این نرخ صفر باشد، یعنی فرد نسبت به مصرف حال و آینده بی تفاوت است و فرد نسبت به آینده کاملاً امیدوار است. همچنین می توان گفت که میزان ضرر فرد به خاطر انتظار کشیدن برابر صفر است و فرد به خاطر امیدی که به آینده دارد به علت انتظار ضرری متحمل نمی شود. از طرفی اگر نرخ تنزیل برابر یک باشد یعنی میزان ضرر فرد به دلیل انتظار بسیار زیاد است و فرد امید به آینده ندارد، به همین دلیل مصرف حال را به آینده ترجیح خواهد داد.

قرآن کریم برای آنکه تیرگی یاس و نامیدی را از دل مؤمنان بزاید از زبان پیامبر بزرگی چون یعقوب می فرماید: از رحمت خدا نامید نشوید؛ زیرا جز کافران کسی از رحمت خدا نامید نیست.<sup>۷</sup> (سوره یوسف، آیه ۸۷)

با توجه به این آیه و آیات متعدد دیگر و آموزه های اسلام بر آن تاکید شده است، فرد مسلمان باید همیشه امید به آینده داشته باشد. بنابراین برای فرد مسلمان نرخ تنزیل مقدار کوچکی خواهد داشت.<sup>۸</sup> با توجه به رابطه (۴) تابع مطلوبیت را می توان به صورت فشرده شده در رابطه (۵) نوشت.

$$U(c, p) = \sum_{t=0}^T \frac{\ln(C_t)}{(1+\delta)^t} + \frac{P_t^{1-\frac{1}{\rho}}}{1-\frac{1}{\rho}} \quad (5)$$

۱-  $U'(p) = p^{-\frac{1}{\rho}} > 0$

<sup>۲</sup>- تمایل فرد مسلمان برای انجام کارهای خیر

<sup>۳</sup>- در این مطالعه مقدار اعتقاد برابر با  $1/5$  در نظر گرفته می شود. ( $\rho = 1/5$ )

<sup>4</sup>- Additively

<sup>5</sup>- Separable

<sup>6</sup>- Subjective rate

<sup>7</sup>- «يَا أَيُّهُمْ أَذْهَبُوا فَتَتَخَسَّسُوا مِنْ يَوْمَئِنْ يَوْمَئِنْ أَخِيهِ وَ لَا تَيَأْسُوا مِنْ رُوحِ اللَّهِ إِنَّهُ لَا يَيَأْسُ مِنْ رُوحِ اللَّهِ إِلَّا الْقَوْمُ الْكَافِرُونَ»;

<sup>8</sup>- در این مطالعه فرض شده است که فرد مسلمان کاملاً امید به آینده دارد بنابراین نرخ تنزیل فرد مسلمان صفر در نظر گرفته می شود. ( $\delta = 0$ )

در ادامه محدودیت بودجه و درآمدی فرد مسلمان مورد بررسی قرار گرفته است. محدودیت انتخاب مصرف کننده مسلمان در این مدل چندین دوره‌ای از کل موجودی منابع او سرچشمه می‌گیرد.<sup>۱</sup> محدودیت بودجه‌ای بین دوره‌ای در طول T سال باقی مانده از عمر مصرف کننده در صورتی که در نظر بگیریم خمسی پرداخت نمی‌کند (مدل‌های سنتی بهینه یابی بین دوره‌ای) مانند رابطه (۶) می‌باشد.

$$Y_0 + \frac{Y_1}{(1+r)^1} + \cdots + \frac{Y_T}{(1+r)^T} = c_0 + \frac{c_1}{(1+r)^1} + \cdots + \frac{c_T}{(1+r)^T} + p_0 + \frac{p_1}{(1+r)^1} + \cdots + \frac{p_T}{(1+r)^T} \quad (6)$$

با توجه به رابطه (۶) درآمد بین دوره‌ای در زمان حال برابر با مجموع مصرف بین دوره‌ای و صدقه بین دوره‌ای در زمان حال می‌باشد. با توجه به رابطه (۶) با کمی ساده سازی ریاضی رابطه (۷) را خواهیم داشت:

$$Y_0 - c_0 + \frac{Y_1 - c_1}{(1+r)^1} + \cdots + \frac{Y_T - c_T}{(1+r)^T} = p_0 + \frac{p_1}{(1+r)^1} + \cdots + \frac{p_T}{(1+r)^T} \quad (7)$$

در ادامه متغیر خمس به عنوان یک متغیر جدا و با توجه به احادیث در الگو در نظر گرفته شده است. اگر چه برحسب بعضی روایات خمس هر فایده‌ای باید داده شود. ولی در برخی روایات دیگر، آنچه انسان از کسب، تجارت و کار به دست می‌آورد پس از تأمین مخارج ضروری در پایان سال خمس اضافه آن را باید بدهد.<sup>۲</sup> (وسائل، ج ۶، باب ۱۰ ص ۳۴۹، ح ۴) بنابراین تفاوت درآمد و مصرف در هر دوره ( $c_t - Y_t$ ) باید در  $(\epsilon - 1)$  ضرب شود. که برابر با  $\frac{1}{5}$  (خمس) می‌باشد. یعنی اگر فرد مسلمان ۵ واحد پس انداز دارد باید ۱ واحد آن را خمس دهد و ۴ قسمت دیگر را پس انداز کند. با توجه به رابطه (۷) محدودیت بودجه مصرف کننده مسلمان با در نظر گرفتن خمس در الگو به صورت رابطه ۸ خواهد بود.

$$(Y_0 - c_0)(1 - \epsilon) + \frac{(Y_1 - c_1)(1 - \epsilon)}{(1+r)^1} + \cdots + \frac{(Y_T - c_T)(1 - \epsilon)}{(1+r)^T} = p_0 + \frac{p_1}{(1+r)^1} + \cdots + \frac{p_T}{(1+r)^T} \quad (8)$$

که می‌توان آن را به صورت فشره به صورت زیر نوشت.

$$\sum_{t=0}^T \frac{(Y_t - c_t)(1 - \epsilon)}{(1+r)^t} = \sum_{t=0}^T \frac{p_t}{(1+r)^t} \quad (9)$$

با کمی ساده سازی رابطه (۹) خواهیم داشت.

$$\sum_{t=0}^T \frac{(Y_t - c_t)}{(1+r)^t} = \frac{1}{(1-\epsilon)} \sum_{t=0}^T \frac{p_t}{(1+r)^t} \quad (10)$$

در معادله (۱۰) نرخ سود (نرخ اجاره سرمایه) است.

#### ۴- بسط و حل الگو

در قسمت ۳ فروض الگو و تفاوت الگو با اقتصاد متعارف (غیر اسلامی) مورد بررسی قرار گرفته است. در این قسمت به حل و بسط الگو خواهیم پرداخت. در روایات و آیات بسیاری به رعایت "حد وسط" در اتفاق و صدقات شده است؛ خداوند چنین دستور فرموده: نه آن اندازه اتفاق کن که به نکوهش و حسرت بنشینی و نه دست‌های خود را به گردن بندی و هیچ اتفاق ننمایی، بلکه میانه روی را پیشه خود ساز. (سوره بنی اسرائیل، آیه ۲۹)

با توجه به این آیه فرد مسلمان بین مصرف و صدقه با توجه به قید بودجه خود باید بهینه سازی انجام دهد. مسئله‌ای که فرد جهت حداکثر کردن مطلوبیت خود باید حل کند در رابطه (۱۱) آمده است.

$$\text{Max } U = \sum_{t=0}^T \frac{\ln(c_t)}{(1+\delta)^t} + \frac{p_t^{1-\frac{1}{\rho}}}{1-\frac{1}{\rho}} \quad (11)$$

s. T

$$\sum_{t=0}^T \frac{(Y_t - c_t)}{(1+r)^t} = \frac{1}{(1-\epsilon)} \sum_{t=0}^T \frac{p_t}{(1+r)^t}$$

<sup>۱</sup>- یعنی درآمد جاری به اضافه همه درآمدهای آینده

<sup>۲</sup>- «الْخُمُسُ بَعْدَ الْمُؤْتَمَ»

برای حل این مسئله و بدست آوردن جریان بهینه مصرف ( $C_1, C_2, \dots, C_T$ ) و صدقه ( $P_1, P_2, \dots, P_T$ ) از روش ضریب لاگرانژ استفاده می‌کنیم. تابع هدف و محدودیت را ادغام کرده و به صورت یک عبارت واحد در نظر می‌گیریم. (رابطه ۱۲)

$$\max_{C_t, P_t, \lambda} L = \sum_{t=0}^T \frac{\ln(C_t)}{(1+\delta)^t} + \frac{P_t^{1-\rho}}{1-\frac{1}{\rho}} + \lambda \left[ \sum_{t=0}^T \frac{(Y_t - C_t)}{(1+r)^t} - \frac{1}{(1-\varepsilon)} \sum_{t=0}^T \frac{P_t}{(1+r)^t} \right] \quad (12)$$

حال برای حل این مسئله از  $L$  نسبت به  $C_t$ ها و  $P_t$ ها و  $\lambda$  مشتق جزئی گرفته و همگی مشتقات را برابر صفر قرار می‌دهیم. این عمل شرایط مرتبه اول تعادلی را به دست می‌دهد. روابط ۱۳ تا ۱۵ نشان دهنده این روابط می‌باشد.

$$\frac{\partial L}{\partial C_t} = 0 \Rightarrow \frac{1}{C_t(1+\delta)^t} = \frac{\lambda}{(1+r)^t} \quad (13)$$

$$\frac{\partial L}{\partial P_t} = 0 \Rightarrow P_t^{-\frac{1}{\rho}} = \frac{\lambda}{(1-\varepsilon)(1+r)^t} \Rightarrow (1-\varepsilon)P_t^{-\frac{1}{\rho}} = \frac{\lambda}{(1+r)^t} \quad (14)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = 0 \Rightarrow \sum_{t=0}^T \frac{(Y_t - C_t)}{(1+r)^t} - \frac{1}{(1-\varepsilon)} \sum_{t=0}^T \frac{P_t}{(1+r)^t} = 0 \Rightarrow \sum_{t=0}^T \frac{Y_t}{(1+r)^t} = \sum_{t=0}^T \frac{C_t}{(1+r)^t} + \frac{1}{(1-\varepsilon)} \sum_{t=0}^T \frac{P_t}{(1+r)^t} \quad (15)$$

در اینجا  $2T$  شرط نهایی با توجه به  $t = 1, 2, \dots, T$  و همچنین روابط ۱۳ و ۱۴ وجود خواهیم داشت. برای هر  $C$  ( $C_1, C_2, \dots, C_T$ ) و  $P$  ( $P_1, P_2, \dots, P_T$ ) یک شرط داریم. معادله ۱۵ صرفا خط بودجه را به دست می‌دهد.

#### ۴- مسیر بهینه مصرف و صدقه

در ادامه با توجه به شرایط مرتبه اول تعادلی مسیر مصرف<sup>۱</sup> و صدقه<sup>۲</sup> در طول زمان محاسبه شده است. در ابتدا با توجه به روابط ۱۳ و ۱۴ رابطه بین مصرف و صدقه در طول زمان محاسبه و در رابطه ۱۶ نشان داده شده است.

$$\frac{1}{C_t(1+\delta)^t} = (1-\varepsilon)P_t^{-\frac{1}{\rho}} \Rightarrow C_t = \frac{P_t^{\frac{1}{\rho}}}{(1-\varepsilon)(1+\delta)^t} \quad (16)$$

در ادامه مصرف زمان صفر ( $C_0$ ) با مصرف زمان  $t$  و صدقه زمان صفر ( $P_0$ ) با صدقه زمان  $t$  را مقایسه کرده ایم. در رابطه ۱۷ نسبت صدقه در زمان  $t$  نسبت به زمان صفر و در رابطه ۱۸ مصرف در زمان  $t$  نسبت به مصرف در زمان صفر نشان داده شده است.

$$\frac{P_t}{P_0} = (1+r)^{t\rho} \quad (17)^3$$

$$\frac{C_t}{C_0} = \left( \frac{1+r}{1+\delta} \right)^t \quad (18)^4$$

به طور کلی برای هر دو دوره پشت سر هم<sup>۵</sup> خواهیم داشت

$$\frac{C_t}{C_{t-1}} = \frac{1+r}{1+\delta} \quad (19)$$

$$\frac{P_t}{P_{t-1}} = (1+r)^{\rho} \quad (20)$$

<sup>۱</sup>- Consumption path

<sup>۲</sup>- charity path

<sup>۳</sup>- در رابطه ۱۴ یک بار زمان را صفر و بار دیگر  $t$  قرار می‌دهیم. با کمی ساده سازی به رابطه ۱۷ می‌رسیم.

$$P_0^{-\frac{1}{\rho}} = \frac{\lambda}{(1-\varepsilon)} \quad , \quad P_t^{-\frac{1}{\rho}} = \frac{\lambda}{(1-\varepsilon)(1+r)^t} \Rightarrow P_0^{-\frac{1}{\rho}} = P_t^{-\frac{1}{\rho}} (1+r)^t \Rightarrow P_t = P_0 (1+r)^{t\rho}$$

<sup>۴</sup>- با توجه به رابطه ۱۳ خواهیم داشت.

$$\frac{1}{C_t(1+\delta)^t} = \frac{\lambda}{(1+r)^t} \Rightarrow C_t = \frac{1}{\lambda} \left( \frac{1+r}{1+\delta} \right)^t$$

در این رابطه مقدار  $t$  را یک مرتبه و بک بار دیگر  $t$  قرار می‌دهیم. با کمی ساده سازی رابطه ۱۸ بدست آمده است.

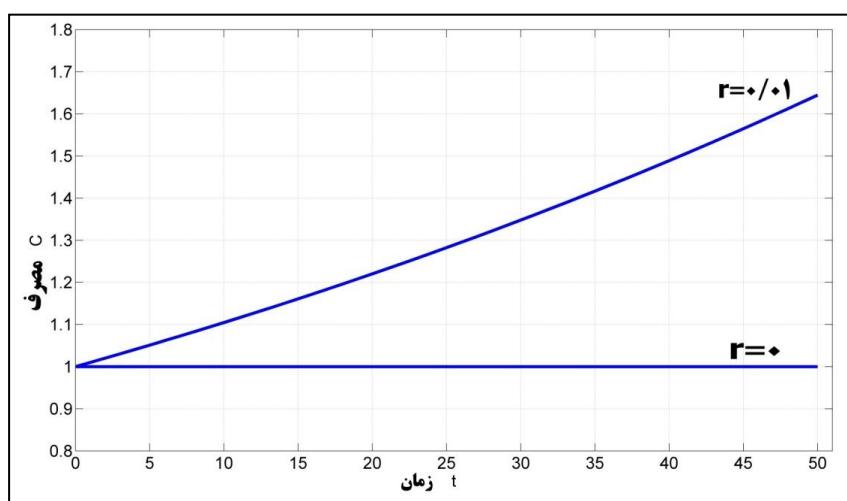
$$C_0 = \frac{1}{\lambda} \quad , \quad C_t = \frac{1}{\lambda} \left( \frac{1+r}{1+\delta} \right)^t \Rightarrow C_t = C_0 \left( \frac{1+r}{1+\delta} \right)^t$$

<sup>۵</sup>- Adjacent periods

روابط ۱۷ تا ۲۰ مصرف و صدقه<sup>۱</sup> بین دوره‌ای را نشان می‌دهد. این روابط نتایج ضمنی را بدست می‌دهد. با توجه به روابط ۱۹ و ۲۰ استنباط می‌شود که افزایش و یا کاهش مصرف در طول زمان به بزرگتر بودن یا کوچکتر بودن نرخ سود (نرخ بازگشت سرمایه) از نرخ تنزیل ذهنی افراد (اعتقادات)، بستگی دارد.

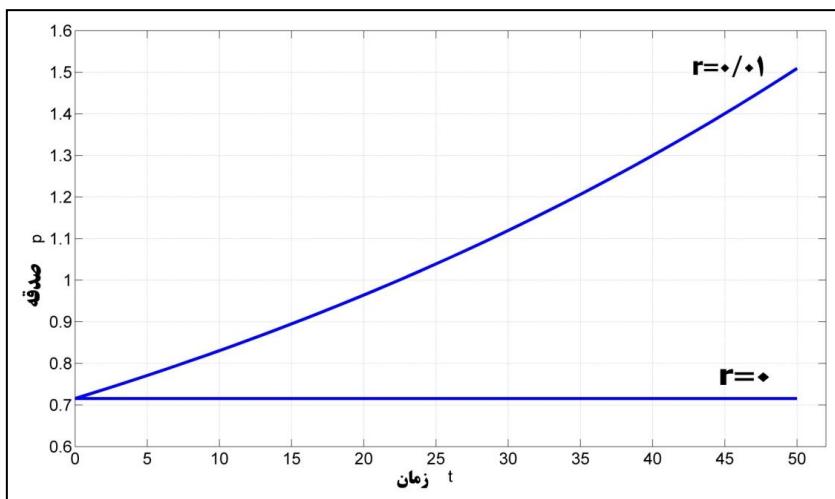
همان طور که مطرح شد در جامعه اسلامی به دلیل امید به رحمت الهی می‌توان مقدار نرخ تنزیل ذهنی را بسیار پایین در نظر گرفت. فرض می‌کنیم فردی مسلمان با اعتقادات بسیار قوی داریم، با توجه به این نرخ تنزیل ذهنی برابر صفر در نظر گرفته می‌شود. با توجه به رابطه ۱۹ حال اگر نرخ سود عددی بزرگتر از صفر باشد، ( $0 < r < r$ ) مسیر مصرف در طول زمان رو به افزایش خواهد بود و این منطقی به نظر می‌رسد. اگر نرخ سود برابر با صفر در نظر گرفته شود، ( $r = 0$ ) مسیر مصرف در طول زمان به صورت خط مستقیم خواهد بود و مصرف در طول زمان تغییر نمی‌کند. این نکته در نمودار شکل (۱) نشان داده شده است.

شکل ۱: مسیرهای متفاوت زمانی مصرف بهینه



منبع: یافته‌های تحقیق

<sup>۱</sup>- Intertemporal Charity And Consumption relation

شکل شماره ۲: مسیرهای متفاوت زمانی صدقه بهینه<sup>۱</sup>

منبع: یافته های تحقیق

با توجه به روابط ۱۷ و ۲۰ استنباط می شود که صدقه همواره برای مقادیر  $r > 0$  در طول زمان افزایش خواهد یافت. اگر نرخ سود برابر با صفر در نظر گرفته شود، ( $r = 0$ ) مسیر صدقه در طول زمان به صورت خط مستقیم خواهد بود و صدقه ای که فرد به دلیل انجام کار خیر خواهانه می دهد در طول زمان تغییر نمی کند. این امر در نمودار شکل (۲) نشان داده شده است. یکی از نتایجی که از روابط ۲۰ و ۱۶ و ۱۹ بدست می آید این است که اگر  $C_{t-1}$  مشخص باشد می توانیم  $C_t$  و  $P_t$  را پیش بینی نماییم. اگر فرد مسلمان در زمان  $t - 1$  روی مسیر مصرف و صدقه بهینه قرار داشته باشد، از تمام اطلاعاتی که وی در مورد دورنما و چشم انداز درآمد آینده دارد استفاده می نماید، آنگاه می توانیم با داشتن  $C_{t-1}$ ، مقادیر  $C_t$  و  $P_t$  را پیش بینی کنیم. برای انجام این پیش بینی به هیچ متغیر دیگری نیاز نداریم. چون تمام اطلاعات مربوط به متغیرهای دیگر قبلاً در تصمیم  $C_{t-1}$  لحاظ گردیده است.

#### ۴- تحلیل حساسیت مسیر بهینه مصرف و صدقه

با توجه به بررسی صورت گرفته در بخش ۱-۳ اگر مصرف دوره صفر را در نقطه بهینه داشته باشیم، با توجه به روابط ۲۰ و ۱۶ و ۱۹ مصرف بهینه در تمام دوره ها قابل محاسبه می باشد. در این بخش به محاسبه مقدار اولیه مصرف بر اساس ارزش فعلی درآمد پرداخته شده است. رابطه صریح میان ارزش فعلی درآمد و مصرف را می توان از قید مسئله بهینه سازی که در رابطه ۱۵ آمده است محاسبه کرد. روابط ۱۷ و ۱۸ در قید بودجه (رابطه ۱۵) قرار داده می شود با کمی ساده سازی رابطه ۲۱ بدست آمده است.

$$PV = \sum_{t=0}^T \frac{C_0 \left( \frac{1+r}{1+\delta} \right)^t}{(1+r)^t} + \frac{1}{(1-\varepsilon)} \sum_{t=0}^T \frac{P_0 (1+r)^{tp}}{(1+r)^t} \Rightarrow PV = C_0 \sum_{t=0}^T \frac{1}{(1+\delta)^t} + \frac{P_0}{(1-\varepsilon)} \sum_{t=0}^T (1+r)^{t(p-1)} \quad (21)^2$$

برای سادگی مقادیر  $\alpha$  و  $\beta$  را به صورت روابط ۲۲ و ۲۳ تعریف شده است.

$$\alpha = \sum_{t=0}^T \frac{1}{(1+\delta)^t} = \frac{(1+\delta)^{T+1}-1}{\delta(1+\delta)^T} \quad (22)^3$$

<sup>۱</sup>- با توجه به رابطه شماره ۱۶ مقدار اولیه صدقه با توجه به مقدار اولیه مصرف محاسبه شده است. فرض دیگر مشابه شکل ۱ است.

$$C_t = \frac{P_t^{\frac{1}{p}}}{(1-\varepsilon)(1+\delta)^t} \Rightarrow P_0 = [C_0(1-\varepsilon)]^p$$

<sup>۲</sup>- فرض شده است که:

$$PV = \sum_{t=0}^T \frac{Y_t}{(1+r)^t}$$

<sup>۳</sup>- ابتدا  $\alpha$  را به صورت گسترده می نویسیم. سپس با کمی ساده سازی و حل سری هندسی به جواب مورد نظر می رسیم.

$$\beta = \sum_{t=0}^T (1+r)^{t(\rho-1)} = \frac{(1+r)^{(\rho-1)T+1}-1}{(1+r)^{(\rho-1)-1}} \quad (23)^1$$

با توجه به تعریف روابط ۲۲ و ۲۳ رابطه ۲۱ به سادگی به صورت رابطه ۲۴ نوشته می‌شود.

$$PV = C_0\alpha + \frac{P_0}{(1-\varepsilon)}\beta \quad (24)$$

با توجه به رابطه ۱۶ مقدار اولیه صدقه بر حسب مقدار اولیه مصرف قابل محاسبه می‌باشد. (رابطه ۲۴)

$$C_0 = \frac{P_0^\rho}{(1-\varepsilon)} \Rightarrow P_0 = C_0^\rho (1-\varepsilon)^\rho \quad (25)$$

مقدار صدقه اولیه محاسبه شده را در رابطه ۲۴ قرار داده و با کمی ساده سازی رابطه ۲۶ را خواهیم داشت.

$$PV = C_0\alpha + \frac{C_0^\rho(1-\varepsilon)^\rho}{(1-\varepsilon)}\beta \Rightarrow PV = C_0\alpha + C_0^\rho(1-\varepsilon)^{\rho-1}\beta \quad (26)$$

به منظور سادگی در رابطه ۲۶ فرض شده است،  $(1-\varepsilon)^{\rho-1}\beta = \gamma$  باشد.

$$PV = \alpha C_0 + \gamma C_0^\rho \quad (27)$$

با استفاده از رابطه ۲۸ مقدار اولیه مصرف محاسبه می‌شود.<sup>۲</sup> آنچه از رابطه ۲۷ مشخص است، اطلاعات جدید درباره درآمد آینده ( $Y_t$ )، کل مسیر مصرف و صدقه را در نمودارهای شماره ۱ و ۲ تحت تاثیر قرار می‌دهد. بنابراین تمام مسیر مصرف به ارزش فعلی<sup>۳</sup> درآمد بستگی دارد.

در نمودارهای شماره ۳ و ۴ مسیرهای متفاوت زمانی مصرف و صدقه بهینه رسم شده است. با توجه به این نمودارها با افزایش ارزش حال کل درآمد زندگی فرد مسیر بهینه مصرف و صدقه به بالا منتقل می‌شود. یعنی در یک زمان معین با افزایش ارزش فعلی درآمد طول زندگی (PV) هم مصرف و هم انجام کارهای خیر توسط فرد مسلمان افزایش می‌یابد. ذکر این نکته ضروری است که

$$\begin{aligned} \alpha &= 1 + \frac{1}{(1+\delta)} + \frac{1}{(1+\delta)^2} + \cdots + \frac{1}{(1+\delta)^T} \xrightarrow{\text{اطلفین} \times \frac{1}{(1+\delta)}} \\ \alpha \frac{1}{(1+\delta)} &= 1 \times \frac{1}{(1+\delta)} + \frac{1}{(1+\delta)} \times \frac{1}{(1+\delta)} + \frac{1}{(1+\delta)^2} \times \frac{1}{(1+\delta)} + \cdots + \frac{1}{(1+\delta)^T} \\ &\times \frac{1}{(1+\delta)} \\ \xrightarrow{\text{اطلفین}} \alpha \frac{1}{(1+\delta)} + 1 &= 1 + \frac{1}{(1+\delta)} + \frac{1}{(1+\delta)^2} + \cdots + \frac{1}{(1+\delta)^T} + \frac{1}{(1+\delta)^{T+1}} \\ \Rightarrow \alpha \frac{1}{(1+\delta)} - \alpha &= \frac{1}{(1+\delta)^{T+1}} - 1 \Rightarrow \alpha \left( \frac{1}{(1+\delta)} - 1 \right) = \frac{1}{(1+\delta)^{T+1}} - 1 \\ \Rightarrow \alpha &= \frac{(1+\delta)^{T+1} - 1}{\delta(1+\delta)^T} \end{aligned}$$

<sup>۱</sup>- کاملاً شبیه محاسبه  $\alpha$  مقدار  $\beta$  نیز محاسبه می‌شود.

$$\begin{aligned} \beta &= \sum_{t=0}^T [(1+r)^{(\rho-1)}]^t \Rightarrow \beta = 1 + [(1+r)^{(\rho-1)}] + [(1+r)^{(\rho-1)}]^2 + \cdots + [(1+r)^{(\rho-1)}]^T \\ \Rightarrow \beta &= \frac{((1+r)^{(\rho-1)})^{T+1} - 1}{(1+r)^{(\rho-1)} - 1} \end{aligned}$$

<sup>۲</sup>- با توجه به مقدار معین نرخ تنزیل به روش‌های محاسبات عددی حل معادله مصرف اولیه محاسبه می‌شود.

<sup>3</sup> Present value (PV)

در نرخ سود صفر مسیر بهینه مصرف و صدقه کاملاً شیوه نمودارهای ۳ و ۴ انتقال می‌یابد. تنها تفاوتی که وجود دارد این است که در نرخ سود صفر مصرف و صدقه در طول زمان ثابت است و تغییری نمی‌کند (به صورت خط افقی رسم می‌شود).

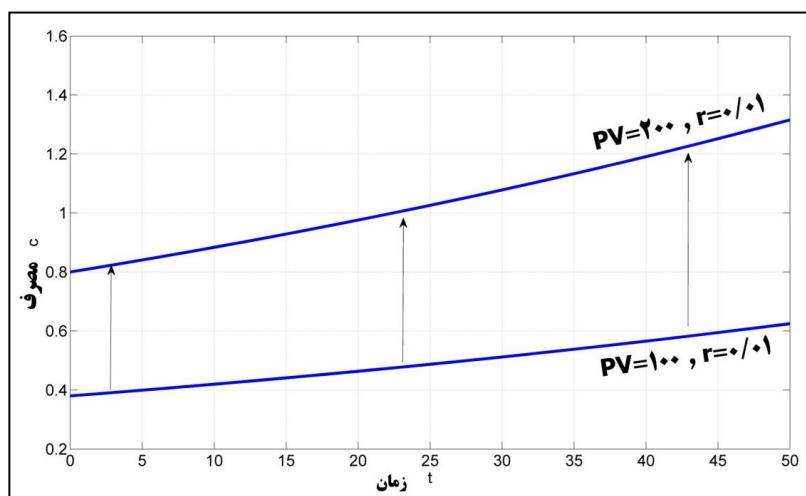
با توجه به رابطه ۲۸ می‌توان نتیجه گرفت که مصرف اولیه تنها به متغیر ارزش فعلی درآمد طول زندگی (PV) بستگی دارد. همچنین با توجه به رابطه بازگشتی ۱۹ می‌توان نتیجه گرفت مسیر مصرف بهینه به PV بستگی دارد. با توجه به رابطه ۱۶ نیز می‌توان گفت مسیر بهینه صدقه نیز به مقدار PV بستگی دارد. بنابراین تنها متغیر مستقل مدل PV می‌باشد. بنابراین مصرف و صدقه تنها تابعی از درآمد دوران زندگی می‌باشد.

$$C_t = C_t(PV) \quad (28)$$

$$p_t = p_t(PV) \quad (29)$$

با توجه به روابط ۲۸ و ۲۹، مصرف و صدقه در هر زمان مشخص تنها به ارزش فعلی درآمد طول زندگی (PV) بستگی دارد و به متغیرهای دیگر مانند مصرف یا صدقه دوره قبل وابسته نمی‌باشد. همچنین ذکر این نکته ضروری است که مسیر بهینه مصرف مستقل از صدقه و همچنین مسیر بهینه صدقه مستقل از مصرف است. مسیرهای بهینه مصرف و صدقه تنها به متغیر PV بستگی دارد.

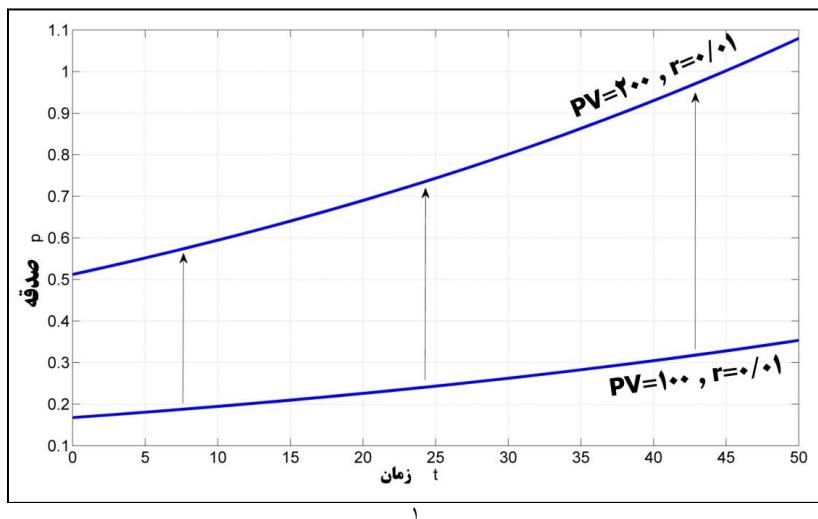
شکل ۳: مسیرهای متفاوت زمانی مصرف بهینه با توجه به مقادیر مختلف ارزش حال درآمد طول عمر<sup>۱</sup>



منبع: یافته‌های تحقیق

<sup>۱</sup> به منظور رسم نمودار فوق فروض نمودار ۱ برقرار است. نمودارها بر اساس نرخ سود ۱ درصد رسم شده است. ابتدا فرض شده است که ارزش اولیه درآمد طول زندگی برابر با  $C_1$  باشد. معادله ۲۸ به روش نیوتن حل شده است و مقدار  $C_0$  برابر با  $0/۳۸$  بدست آمده است. با داشتن مقدار  $C_0$  رابطه ۱۹ محاسبه شده است. به همین صورت با توجه به اینکه طول عمر برابر با ۵۰ سال در نظر گرفته شده است با استفاده از رابطه بازگشتی ۱۹ مقادیر  $C_2$  تا  $C_{50}$  محاسبه شده است. با توجه به این که مسیر بهینه به مقدار ارزش اولیه درآمد بستگی دارد، مقدار PV برابر با ۲۰۰ مقدار داده شده است. مقدار اولیه مصرف ( $C_0$ ) برابر با  $0/۸$  شد. با استفاده از رابطه بازگشتی ۱۹ مقادیر مختلف مصرف بدست آمده و رسم شده است.

شکل شماره ۴: مسیرهای متفاوت زمانی صدقه بهینه با توجه به مقادیر مختلف ارزش حال درآمد طول عمر



منبع: یافته‌های تحقیق

## ۵- جمع‌بندی و نتایج

در این مطالعه نظریه مصرف بین دوره‌ای بر اساس آموزه‌های اسلام و احادیث مورد بررسی قرار گرفت. در نظریه‌های مصرفی که بیشتر مورد توجه بوده است، تنها مصرف باعث افزایش مطلوبیت فرد می‌شود. در این مطالعه به بررسی رفتار یک فرد مسلمان پرداخته شد. فرض شده است که این فرد از آموزه‌های اسلامی (که از احادیث و یا قرآن گرفته شده است) به صورت عملی در زندگی استفاده می‌کند. در دین اسلام بسیار تاکید بر انجام کار خیرخواهانه شده است، با توجه به این موضوع فرض شده است که با توجه به میزان اعتقادات فرد انجام کارهای خیر (همه کارهای خیر در این مطالعه به اسم صدقه شناخته شده است). باعث افزایش مطلوبیت شخص می‌شود. بنابراین تابع مطلوبیت در نظر گرفته شده در این الگو تابعی از مصرف و صدقه دوران زندگی فرد می‌باشد. از طرفی هر فردی با محدودیت بودجه روبرو می‌باشد. با توجه به قید بودجه، درآمدی که فرد مسلمان بدست می‌آورد یا مصرف یا پس انداز و یا در کارهای خیر صرف می‌شود. از طرفی فرض شده است که فرد مسلمان خمس پس اندازش را پرداخت می‌کند.

با توجه به تاکید بر اعتدال در آموزه‌های دینی، فرد مسلمان برای تخصیص درآمد به مصرف و صدقه تابع مطلوبیتش را حداکثر می‌کند. طی انجام بهینه یابی تابع مطلوبیت محدودیتی که خط بودجه وی می‌باشد، وجود دارد. از میان شرایط مرتبه اول مربوط به مسئله بهینه یابی طول زندگی به چندین نتیجه دست یافته ایم که تعدادی از این نتایج در بسیاری از نظریه‌های مصرف مورد بحث قرار گرفته است.

۱. شیب مسیر مصرف با توجه به اعتقادات و امیدی که فرد مسلمان به آینده دارد مثبت یا صفر می‌باشد. اگر نرخ سود برابر صفر در نظر گرفته شود مصرف در طول زمان مقدار ثابتی دارد. در صورتی که نرخ سود دارای مقدار مثبت باشد، مصرف در طول زمان افزایش می‌یابد.

<sup>۱</sup> به منظور رسم نمودار فوق تمام فروض نمودار ۳ برقرار است. با داشتن مقادیر مختلف مصرف بهینه در طول زمان، با استفاده از رابطه ۱۶ مقادیر بهینه صدقه محاسبه و رسم شده است.

۲. شب مسیر انجام کارهای خیرخواهانه در صورت مثبت بودن نرخ سود مثبت است. یعنی در طول زمان انجام کارهای خیرخواهانه افزایش می‌یابد. در صورت صفر بودن نرخ سود انجام کارهای خیر در طول زمان مقدار ثابتی برابر با مقدار اولیه خواهد داشت.
۳. روی یک مسیر بهینه مصرف،  $C_{t-1}$  پیش‌بینی کننده خوبی برای  $t$  می‌باشد. با داشتن مقدار اولیه مصرف طبق یک رابطه بازگشتی مقدار بهینه مصرف در دوره‌های بعدی و در طول زمان بدست می‌آید.
۴. با داشتن مقدار اولیه صدقه‌ای که فرد مسلمان می‌دهد، مقدار انجام کارهای خیر در زمان صفر بدست می‌آید. با داشتن مقدار اولیه صدقه طبق یک رابطه بازگشتی مقدار بهینه صدقه در دوره‌های بعدی محاسبه می‌شود. با توجه به این با داشتن مقدار اولیه مصرف مسیر بهینه صدقه بدست خواهد آمد.
۵. مصرف و صدقه در هر دوره زمانی تنها به ارزش فعلی درآمدهای آینده در آن دوره وابسته است.
۶. با توجه اعتقادات فرد مسلمان در نرخ سود صفر نیز شب مصرف بهینه منفی نمی‌شود. بنابراین همواره شب مسیر بهینه مصرف برای جامعه اسلامی مثبت و یا صفر است.
۷. با افزایش ارزش فعلی درآمدهای آینده تنها مسیر بهینه مصرف و صدقه به بالا منتقل می‌شود. بنابراین ارزش فعلی درآمدهای آینده روی شب مسیر بهینه مصرف و صدقه تاثیری ندارد.
۸. مقدار اولیه مصرف تنها با توجه به متغیر ارزش فعلی درآمدهای آینده محاسبه می‌شود و بستگی به متغیر دیگری ندارد.
۹. با توجه به این که مقدار اولیه مصرف تنها به ارزش فعلی درآمدهای آینده بستگی دارد و مقادیر صدقه و مصرف روی مسیر بهینه از مقدار اولیه مصرف محاسبه می‌شود، مسیر بهینه مصرف و صدقه تنها به ارزش فعلی درآمد بستگی دارد.
۱۰. با توجه به الگوی این مطالعه، انجام کار خیر برای فرد مسلمان مطلوبیت ایجاد می‌کند. بنابراین فرد مسلمان همواره و در هر شرایط درآمدی روی مسیر بهینه صدقه پرداخت می‌کند و کارهای خیر انجام می‌دهد.

## ۶- منابع و مأخذ:

۱. باقری تودشکی، مجتبی، (۱۳۷۸). سطح مصرف از دیدگاه اسلام، پایان نامه کارشناسی ارشد اقتصاد، قم، دانشگاه مفید.
۲. برانسون، ویلیام اچ، (۱۳۷۳). تئوری و سیاست‌های اقتصاد کلان، ترجمه عباس شاکری، اول، نشرنی، تهران.
۳. توتو نچیان، ایرج، (۱۳۶۳). تئوری تقاضا و تحلیل اقتصادی انفاق، تهران، مرکز اطلاعات فنی ایران.
۴. حسینی، سید رضا، (۱۳۷۹). الگوی تخصیص درآمد و رفتار مصرف کننده مسلمان، تهران، مؤسسه فرهنگی دانش و اندیشه معاصر.
۵. حسینی، سید رضا، (۱۳۸۸). الگوی مطلوب مصرف در چارچوب الگوی تخصیص درآمد اسلامی، اقتصاد اسلامی، سال هشتم، شماره ۳۴.
۶. دادگر، یدالله، (۱۳۷۸) نگرشی بر اقتصاد اسلامی، معرفت‌ها، ارزش‌ها و روش‌ها، تهران، پژوهشکده اقتصاد دانشگاه تربیت مدرس.
۷. صادقی، حسین، (۱۳۷۵). مباحثی در اقتصاد خرد، نگرش اسلامی، مؤسسه تحقیقات اقتصادی دانشگاه تربیت مدرس، تهران.
۸. صدر، سید کاظم، (۱۳۷۵) اقتصاد صدر اسلام، تهران، انتشارات دانشگاه شهید بهشتی.
۹. قحف، منذر، (۱۳۷۶). مقدمه‌ای بر اقتصاد اسلامی، ترجمه عباس عرب مازار، سازمان برنامه و بودجه، مرکز مدارک اقتصادی - اجتماعی و انتشارات، تهران.
۱۰. عبدالی، قهرمان، (۱۳۸۸). تخمین نرخ تنزیل اجتماعی برای ایران، پژوهش‌های اقتصادی، سال نهم، شماره سوم.
۱۱. عزتی، مرتضی، (۱۳۸۲). اثر ایمان مذهبی بر تخصیص زمان افراد به فعالیت‌های مذهبی و تغیریحی، فصلنامه روان‌شناسی، شماره ۲۶.
۱۲. میرمعزی، سید حسین، (۱۳۸۱). ساختار کلان نظام اقتصادی اسلام، مؤسسه فرهنگی دانش و اندیشه معاصر، تهران.
۱۳. میرمعزی، سید حسین، (۱۳۸۰). نظام اقتصادی اسلام، مبانی مکتبی، مؤسسه فرهنگی دانش و اندیشه معاصر، تهران.
۱۴. میرمعزی، سید حسین، (۱۳۸۴). الگوی مصرف کلان در جامعه اسلامی، اقتصاد اسلامی سال پنجم شماره ۲۰.
۱۵. مشرف جوادی، محمد حسن، (۱۳۶۵). نگرشی بر الگوی مصرف در جوامع اسلامی، پایان نامه کارشناسی ارشد اقتصاد، تهران، دانشگاه تربیت مدرس.
16. Ahmad, Ausaf and Awan, Kazim Raza (1992). Lectures on Islamic economics, , Islamic Research and Training Institute, Jeddah.
17. Ahmad, Salahuddin, (1990) Patterns of Consumption and Saving Behaviour in an Islamic Economy; Thought on Economics, Vol.7, No1, Winter.
18. Ahmad, Ausaf (1987). Macroconsumption Function in an Islamic Framework: A Survey of Current Literature; Lectures on Islamic Economics; Jeddah, Saudi Arabia :I.D.B.
19. Ahmad, Abdel-Rehman Yousari (2002) 'Methodological Approach to Islamic Economics: its Philosophy, Theoretical Construction and Applicability' in Habeeb Ahmed, Theoretical Foundations of Islamic Economics (Book of Readings No. 3) Islamic Development Bank, IRTI.
20. Bennett, Clive and Cloke, Paul (2003) Governing the Subjects and Spaces of Ethical Consumption. Internet, Research Projects, Oxford University.
21. Beverly, Sondra G. (2002) Dani-Consumption and Social Welfare; Living Standards and their Distribution in the United States. (Book Review), Journal of Sociology and Social Welfare, Dec. (www. findarticles.com).
22. Becker, G.S. (1965), "A Theory of the Allocation of Time", The Economic Journal, Vol. 75.
23. Choudhury, M.A. (1986). Contributions to Islamic Economic Theory; The McMillan Press,.

24. Chapra, M.U. (2000) The Future of Economics: An Islamic Perspective, The Islamic Foundation UK .
25. Iqbal, Munawar, (1986). Moderation and Aggregate Consumption in an Islamic Economy; Journal of Research in Islamic Economics, Vol. 3, No 2
26. Kahf, Mohammad Monzer (1981), A Contribution to the Theory of Consumer Behaviour in an Islamic Society; Studies in Islamic Economics, Ed. Khurshid Ahmad, Islamic Foundation, Leciestr, u,k, .
27. Khan, Mohammad, Fahim (1984), Macro Consumption Function in Islamic Framework ;Journal of Research in Islamic Economics, Vo.1, No. 2.
28. Mahdi, S.I. (1985), Comment on Macro Consumpton Function in an Islamic Economy ;Journal of Research in Islamic Economics, Vol. 2, No. 2.