

ارزیابی عملکرد الگوریتم‌های PSO و GAN در بهینه‌سازی چندهدفه پرتفولیو سهام: تعادل همزمان بین حداکثرسازی نسبت شارپ و حداقل‌سازی ریسک WCvAR

نوع مقاله: پژوهشی

وحید ساعی^۱

یعقوب پور کریم^۲

سید علی پایتختی اسکویی^۳

رسول برادران حسن‌زاده^۴

مهدی زینالی^۵

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۴/۳/۱۶

تاریخ دریافت: ۱۴۰۴/۱/۴

چکیده

بهینه‌سازی پرتفوی به عنوان یکی از چالش‌های کلیدی در مدیریت سرمایه، با هدف دستیابی به تعادل بهینه بین بازدهی و ریسک، همواره در کانون توجه پژوهش‌های مالی قرار دارد. اگرچه نظریه پرتفوی مدرن با معرفی چارچوب میانگین-واریانس، بنیان‌های اولیه بهینه‌سازی را شکل داد، اما پیچیدگی‌های نوین بازارها، از جمله نوسانات پویا، ریسک‌های شدید، و وابستگی‌های غیرخطی، نیاز به روش‌های پیشرفته‌تری را آشکار ساخته است. این پژوهش با بهره‌گیری از مدل کاپولای پویا برای ارزیابی وابستگی‌های وابسته به زمان دارایی‌ها و ادغام معیارهای چندهدفه شامل بدترین حالت ارزش در معرض ریسک شرطی (WCvAR) و بازدهی تعدیل‌شده، دو چارچوب بهینه‌سازی مبتنی بر الگوریتم فراابتکاری ازدحام ذرات (PSO) و شبکه‌های مولد تخصصی (GAN) را ارائه می‌دهد. هسته روش‌شناختی این مطالعه، مقایسه سیستماتیک توانایی‌های PSO و GAN در شناسایی پرتفوی‌های بهینه است. در حالی که PSO با مکانیزم جستجوی جمعی ذرات،

۱ دانشجوی دکتری گروه حسابداری، واحد تبریز، دانشگاه آزاد اسلامی، تبریز، ایران

vahid.saei@iau.ac.ir

۲ استادیار گروه حسابداری، واحد تبریز، دانشگاه آزاد اسلامی، تبریز، ایران (نویسنده مسئول)

pour Karim @ iaut.ac.ir

oskooe@iaut.ac.ir

۳ دانشیار گروه اقتصاد، واحد تبریز، دانشگاه آزاد اسلامی، تبریز، ایران

baradaran313@iaut.ac.ir

۴ دانشیار گروه حسابداری، واحد تبریز، دانشگاه آزاد اسلامی، تبریز، ایران

zeynali@iaut.ac.ir

۵ استادیار گروه حسابداری، واحد تبریز، دانشگاه آزاد اسلامی، تبریز، ایران

فضای راه‌حل‌ها را با تمرکز بر بهبود همزمان نسبت شارپ و کاهش WCvAR کاوش می‌کند. GAN با استفاده از شبکه‌های مولد و تشخیصی، الگوهای پیچیده بازار را شبیه‌سازی کرده و پرتفوی‌هایی با سازگاری بالاتر با شرایط بحرانی طراحی می‌نماید. داده‌های تجربی این پژوهش، مبتنی بر اطلاعات تاریخی شرکت‌های پذیرفته‌شده در بورس اوراق بهادار تهران است که در محیط Python پردازش و تحلیل شده‌اند. یافته‌های کلیدی نشان می‌دهند که هر دو مدل PSO و GAN نسبت به روش‌های کلاسیک مانند مارکویتز و پرتفوی با وزن برابر، برتری چشمگیری دارند. با این حال، GAN با بهبود نسبت شارپ و حفظ مقدار WCvAR در حد مدل PSO عملکرد بهتری از خود نشان می‌دهد. این شکاف عملکردی ناشی از توانایی GAN در مدل‌سازی روابط غیرخطی و شناسایی دارایی‌های با همبستگی منفی در شرایط نوسانی بازار است.

واژه‌های کلیدی: بهینه‌سازی پرتفولیو، کاپولای پویا، بهینه‌سازی، الگوریتم فرا ابتکاری، شبکه تخصصی مولد (GAN)

طبقه‌بندی JEL: C02-C38-C61-G11

مقدمه

در قلب نظریه مالی مدرن، مسئله بهینه‌سازی پرتفوی به عنوان یکی از پیچیده‌ترین چالش‌های چندبعدی مطرح است که نیازمند هماهنگی ظریف بین مکانیزم‌های کمی پیشرفته، درک رفتار سرمایه‌گذاران و انعطاف‌پذیری در مواجهه با نوسانات پویای بازار است. از زمان ارائه چارچوب انقلابی نظریه پرتفوی مدرن^۱ (MPT) توسط مارکوویتز^۲ (۱۹۵۲) که بر پایه تحلیل میانگین - واریانس، مفهوم «مرز کارا» را معرفی کرد، این حوزه شاهد تحولات پارادایمی گسترده‌ای بوده است. با این حال، بحران‌های مالی متوالی و ظهور الگوهای غیرخطی در وابستگی بین دارایی‌ها، ناکارآمدی مدل‌های کلاسیک را در انعکاس واقعیت‌های بازارهای پرنوسان، به ویژه در بستر بازارهای نوظهور مانند بورس اوراق بهادار تهران، آشکار ساخته است (رضاشاطری و همکاران، ۱۴۰۳؛ چن^۳ و همکاران، ۲۰۲۱). در چنین شرایطی، مدل‌سازی ایستای پارامترها و فرض توزیع نرمال بازدهی‌ها نه تنها منجر به ارزیابی نادرست ریسک می‌شود، بلکه امکان طراحی پرتفوی‌های مقاوم در برابر شوک‌های ساختاری را از بین می‌برد. این محدودیت‌ها محققان را به سمت توسعه چارچوب‌های ترکیبی سوق داده است که در آن‌ها ناهمسانی واریانس، وابستگی‌های پویا و معیارهای ریسک پیشرفته به صورت یکپارچه ادغام می‌شوند (پتون^۴، ۲۰۱۲؛ بولرسلف^۵، ۱۹۸۶).

یکی از پیشرفت‌های کلیدی در این مسیر، استفاده از توابع کاپولای پویا در ترکیب با مدل‌های GARCH است. در حالی که مدل‌های GARCH توانایی ثبت نوسانات وابسته به زمان در بازدهی تک دارایی‌ها را دارند (انجل^۶، ۱۹۸۹)، توابع کاپولا با جداسازی مدل‌سازی توزیع حاشیه‌ای از ساختار وابستگی، امکان تحلیل همبستگی‌های غیرخطی و غیرگوسی بین دارایی‌ها را فراهم می‌کنند (اسکلار^۷، ۱۹۵۹). با این وجود، رویکردهای سنتی در استفاده از کاپولاها با فرض ثبات پارامترهای وابستگی در طول زمان، ناتوان از انطباق با تغییرات ساختاری بازار هستند. پژوهش حاضر با به‌کارگیری تکنیک پنجره لغزشی، مدل‌سازی کاپولای متغیر با زمان (پویا) را پیشنهاد می‌دهد که قادر است تغییرات ماهوی در روابط بین دارایی‌ها را در پاسخ به شوک‌های اقتصادی و

^۱ Modern Portfolio Theory

^۲ Marquitz

^۳ Chen

^۴ Patton

^۵ Bollerslev

^۶ Engle

^۷ Sklar

سیاسی بازتاب دهد (آلوتایی^۱ و همکاران، ۲۰۲۲). این نوآوری نه تنها دقت پیش‌بینی ریسک را افزایش می‌دهد، بلکه از خطاهای سیستماتیک ناشی از فرض ایستایی پارامترها جلوگیری می‌کند. در کنار مدل‌سازی دقیق ریسک، انتخاب معیار مناسب برای ارزیابی آن نیز از اهمیت حیاتی برخوردار است. اگرچه ارزش در معرض ریسک (VaR) به عنوان معیاری رایج در صنعت مالی شناخته می‌شود، ناتوانی آن در ارزیابی ریسک‌های دم توزیع^۲ منجر به جایگزینی آن با ارزش در معرض ریسک شرطی (CVaR) شده است (روکافلر و اوریاسف^۳، ۲۰۰۰). در این پژوهش، با تمرکز بر بدترین حالت CvaR (WCVaR) معیاری ارائه می‌شود که ریسک پرتفوی را در شرایط بحرانی بازار، نظیر رخدادهای نادر اما ویرانگر، با دقت بیشتری کمی‌سازی می‌کند. این معیار در ترکیب با نسبت شارپ که توازن بین بازدهی اضافی و نوسانات پرتفوی را اندازه می‌گیرد، پایه‌ای برای بهینه‌سازی چندهدفه تشکیل می‌دهد که امکان انعطاف در اولویت‌دهی به اهداف متضاد را برای سرمایه‌گذاران فراهم می‌سازد.

پیچیدگی ذاتی چنین مدل‌های ترکیبی، استفاده از الگوریتم‌های فراابتکاری را اجتناب‌ناپذیر ساخته است. در این پژوهش، الگوریتم ازدحام ذرات^۴ (PSO) که در سال ۱۹۹۵ توسط کندی و ابرهارت^۵ معرفی شد، به عنوان یک روش بهینه‌سازی کارآمد برای تخمین همزمان پارامترهای توابع کاپولا، وزن اهداف چندگانه و هایپرپارامترهای مدل انتخاب شده است. با این حال، نوآوری جذاب این تحقیق به کارگیری شبکه‌های عصبی تخصصی^۶ (GAN) برای تولید پرتفوی‌های بهینه است. در این چارچوب، مولد^۷ (G) به عنوان یک عامل خلاق، پرتفوی‌هایی با توزیع بازدهی مشابه داده‌های واقعی تولید می‌کند، در حالی که تفکیک‌کننده^۸ (D) با تشخیص تفاوت بین پرتفوی‌های مصنوعی و واقعی، بازخورد لازم برای بهبود مستمر مدل را ارائه می‌دهد (بروفی^۹ و همکاران، ۲۰۲۳). این رویکرد مبتنی بر یادگیری عمیق، نه تنها محدودیت‌های روش‌های پارامتریک سنتی را می‌شکند، بلکه امکان کشف الگوهای پیچیده در داده‌های مالی را فراهم می‌آورد.

^۱ Alotaibi

^۲ Tail Risk

^۳ Rockafellar & Uryasev

^۴ Particle Swarm Optimization

^۵ Kennedy & Eberhart

^۶ Generative Adversarial Network

^۷ Generator

^۸ Discriminator

^۹ Brophy

- این تحقیق با ارائه یک چارچوب یکپارچه که در آن مدل‌سازی پویای ریسک، بهینه‌سازی چندهدفه و فناوری‌های هوش مصنوعی ادغام شده‌اند، سهمی سه‌گانه در ادبیات مالی ایفا می‌کند:
۱. مدل‌سازی ریسک پیشرفته: ترکیب GARCH-PSO-dCopula با قابلیت به‌روزرسانی پویای پارامترهای وابستگی پویا با استفاده از پنج مدل کاپولای مختلف
 ۲. بهینه‌سازی چندهدفه: تعادل همزمان بین حداکثرسازی نسبت شارپ و حداقل‌سازی WCVaR با استفاده از مکانیزم وزن‌دهی تطبیقی.
 ۳. نوآوری روش‌شناختی: استفاده از GAN به عنوان کاربرد شبکه‌های تخصصی در تولید پرتفوی‌های کارا در بازارهای نوظهور.

۱. مبانی نظری و پیشینه تحقیق

۱.۱. سبد سهام سرمایه‌گذاری

سرمایه‌گذاری به معنای مصرف منابع مالی فعلی به منظور دستیابی به منابع بیشتر در آینده است (فبوزی^۱ و همکاران، ۲۰۰۷). سبد سهام به ترکیبی از دارایی‌ها اطلاق می‌شود که توسط یک سرمایه‌گذار، اعم از فرد یا مؤسسه، تشکیل می‌شود. از نظر فنی، سبد سهام شامل مجموعه‌ای از دارایی‌های واقعی و مالی است که توسط سرمایه‌گذار خریداری شده‌اند. دارایی‌های مالی شامل اوراق بهادار مانند سهام، اوراق قرضه و مشتقات مالی هستند. هری مارکوویتز در سال ۱۹۵۲ با ارائه نظریه MPT چارچوبی ریاضی برای تشکیل سبدهای سرمایه‌گذاری کارا ارائه داد. این نظریه بر پایه تحلیل میانگین - واریانس استوار است و نشان می‌دهد که چگونه تنوع بخشی به سبد سرمایه‌گذاری می‌تواند ریسک را کاهش دهد (مارکوویتز، ۱۹۵۲).

۲.۱. بهینه‌سازی سبد سهام سرمایه‌گذاری

مدیریت سبد سرمایه‌گذاری تشکیل شده توسط سهام، مطالعه همه ابعاد سبد سهام شامل ترکیب سهام موجود در سبد، وزن هر سهم در سبد و بهترین زمان برای تغییرات در ترکیب سبد را در برمی‌گیرد. این موضوع موجب به وجود آمدن مدل‌هایی برای انتخاب بهینه سبد سرمایه‌گذاری شده است. مدل میانگین - واریانس که توسط مارکوویتز و مدل ارزش در معرض ریسک که توسط وترسون^۲ ارائه شده‌اند از آن جمله هستند (خزایی و ماکویی، ۲۰۲۴). بر اساس نظریه مارکوویتز، سرمایه‌گذاران

^۱ Fabozzi

^۲ Weteron

می‌توانند با کمینه کردن ریسک سبد سهام، به ازای یک سطح مشخص از بازده، به سبد سهام کارا دست یابند:

$$\min \sigma_p^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j \sigma_{ij} \quad (1)$$

$$\text{s.t.: } \sum_{i=1}^n w_i = 1 \quad \& \quad \sum_{i=1}^n w_i E(R_i) = E(R_p)$$

که در آن، σ_p بیانگر ریسک پرتفوی، $E(R_p)$ بیانگر بازده مورد انتظار پرتفوی و w_i بیانگر وزن سرمایه‌گذاری در هر دارایی است.

یکی از چالش‌های اساسی در بهینه‌سازی پرتفوی، نحوه تعریف بازده و ریسک به عنوان ورودی‌های مدل است. در مدل مارکوویتز، میانگین بازده تاریخی به عنوان معیار بازدهی هر دارایی و انحراف استاندارد بازده تاریخی به عنوان معیار ریسک در نظر گرفته می‌شود. با این حال، تحقیقات بعدی نشان دادند که تعاریف دقیق‌تر و واقع‌بینانه‌تری از ریسک و بازده می‌تواند به بهبود عملکرد مدل‌های بهینه‌سازی کمک کند (چن و همکاران، ۲۰۲۱؛ نسینی ۱ و همکاران، ۲۰۲۲). هدف اصلی مدل MV، ایجاد یک توازن بین حداکثرسازی بازده و حداقل‌سازی ریسک است. این مدل در واقع یک مسئله بهینه‌سازی چندهدفه است که در آن سرمایه‌گذاران باید بین دو هدف متضاد (بازده و ریسک) تعادل برقرار کنند:

$$\min \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j \sigma_{ij}$$

$$\max \sum_{i=1}^n w_i E(R_i) \quad (2)$$

$$\text{s.t. } \begin{cases} \sum_{i=1}^n w_i = 1 \\ 0 \leq w_i \leq 1, \forall i = 1, \dots, n \end{cases}$$

چن و همکاران (۲۰۲۱) برای تبدیل فرمول بهینه‌سازی چندهدفه به یک مسئله تک‌هدفه، ضریب‌گریز از ریسک را معرفی نمودند:

$$\min \lambda \left[\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j \sigma_{ij} \right] - (1-\lambda) \sum_{i=1}^n w_i E(R_i)$$

$$\text{s.t.} \quad \begin{cases} \sum_{i=1}^n w_i = 1 \\ 0 \leq w_i \leq 1, \forall i = 1, \dots, n \end{cases} \quad (3)$$

در این مدل، ضریب گریز از ریسک λ مقداری بین صفر و ۱ است. زمانیکه $\lambda = 0$ نشان‌دهنده اینست که سرمایه‌گذار بسیار ریسک‌پذیر است و به دنبال حداکثر سازی بازده بدون در نظر گرفتن ریسک است. در مقابل، زمانیکه $\lambda = 1$ باشد، به این معناست که سرمایه‌گذار بسیار ریسک‌گریز است و تنها به کمینه‌سازی ریسک توجه دارد، بدون آن‌که به بازدهی اهمیت دهد (لین^۱ و همکاران، ۲۰۲۱).

۳.۱. تابع کاپولا

در بسیاری از موارد، فرض استقلال بین متغیرها نادرست است، به‌ویژه در حوزه‌های مالی و اقتصادی که وابستگی‌ها اغلب غیرخطی و پیچیده هستند. مدل‌سازی این وابستگی‌ها نیازمند روش‌های پیشرفته‌تری مانند کاپولا است. کاپولا ابزاری ریاضی است که با در نظر گرفتن همبستگی بین متغیرها، امکان تولید توزیع توأم از متغیرهای تصادفی را فراهم می‌کند (دویک و لیو، ۲۰۲۲). کاپولا به‌عنوان یک ابزار قدرتمند در مدل‌سازی توزیع‌های چندمتغیره، به‌ویژه در محاسبه VaR پرتفوی، کاربرد دارد. با استفاده از توابع توزیع تجمعی حاشیه‌ای و تولید متغیرهای تصادفی از کاپولا، می‌توان سناریوهای احتمالی تغییرات عوامل ریسک را شبیه‌سازی کرد (روی^۳، ۲۰۱۱).

به منظور تعریف تابع کاپولا، n متغیر تصادفی X_1, X_2, \dots, X_n با تابع توزیع حاشیه‌ای $F(x_1) = P[X \leq x_1], \dots, F_n(x_n) = P[X \leq x_n]$ و تابع توزیع توأم $F(x_1, x_2, \dots, x_n)$ را در نظر بگیرید. همان‌طور که بیان شد، کاپولا توابع توزیع حاشیه‌ای n متغیر تصادفی و تابع توزیع توأم آن‌ها را به هم متصل می‌کند، یعنی:

^۱ Lin

^۲ Dewick & Liu

^۳ Roy

$$\begin{aligned}
 F(x_1, x_2, \dots, x_d) &= P(X_1 \leq x_1, X_2 \leq x_2, \dots, X_d \leq x_d) \\
 &= C(P(X_1 \leq x_1), P(X_2 \leq x_2), \dots, P(X_d \leq x_d)) \quad (۴) \\
 &= C(F_1(x_1), F_2(x_2), \dots, F_d(x_d))
 \end{aligned}$$

و

$$F_1(x_1) = u_1, \quad F_2(x_2) = u_2, \quad \dots, \quad F_n(x_n) = u_n \quad (۵)$$

بنابراین

$$C(u_1, u_2, \dots, u_n) = P(U_1 \leq u_1, U_2 \leq u_2, \dots, U_n \leq u_n) \quad (۶)$$

هر یک از این متغیرها مقادیری بین [۰ و ۱] می‌گیرند. در حالت دو بعدی، یک جفت نقطه (u, v) در مربعی با ابعاد واحد $[0, 1] \times [0, 1]$ ایجاد می‌شود و مقدار هر جفت در این بازه به عنوان توزیع توأم $C(u, v)$ است. به‌طور کلی، نگاشت کاپولا بصورت زیر تعریف می‌شود:

$$C: [0, 1]^n \rightarrow [0, 1] \quad (۷)$$

توابع کاپولا انواع مختلفی دارند که در این پژوهش ما پنج تابع مختلف را مورد بررسی قرار داده‌ایم.

۱. کاپولای نرمال

ما ۱ و همکاران (۲۰۱۳) تابع کاپولای نرمال را به‌صورت زیر تعریف کرده‌اند:

$$C^{Ga}(u, v; \rho) = \phi_\rho(\phi^{-1}(u), \phi^{-1}(v)) \quad (۸)$$

که ϕ_ρ تابع توزیع استاندارد نرمال دو متغیره با ضریب همبستگی $\rho \in (0, 1)$ است. تابع توزیع توأم و چگالی توأم این کاپولا نیز به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\begin{cases}
 C^{Ga}(u, v; \rho) = \int_{-\infty}^{\phi^{-1}(u)} \int_{-\infty}^{\phi^{-1}(v)} \frac{1}{2\pi\sqrt{1-\rho^2}} \exp\left(\frac{2uv - u^2 - v^2}{2(1-\rho^2)}\right) d \\
 c^{Ga}(u, v; \rho) = \frac{1}{2\pi\sqrt{1-\rho^2}} \left(\frac{u^2 + v^2}{2} + \frac{2uv - u^2 - v^2}{1-\rho^2} \right)
 \end{cases} \quad (۹)$$

برای این کاپولا، وابستگی دم - پایین و بالا برابر صفر ($\lambda_U = 0, \lambda_L = 0$) است.

۲. کاپولای استیودنت - تی

کاپولای تی - استیودنت با درجه آزادی v به صورت زیر قابل تعریف است (دونارت و اوزاکی، ۲۰۲۳):

$$t_v(x) = \int_{-\infty}^x \frac{\Gamma((v+1)/2)}{\sqrt{\pi}\Gamma(v/2)} \left(1 + \frac{s^2}{v}\right)^{-\frac{v+1}{2}} ds \quad (10)$$

تابع توزیع توأم دو متغیره این تابع کاپولا با ضریب همبستگی ρ نیز از رابطه زیر بدست می آید:

$$T_{v,\rho}(x,y) = \int_{-\infty}^x \int_{-\infty}^y \frac{1}{2\pi\sqrt{1-\rho^2}} \left(1 + \frac{s^2 + t^2 - st\rho}{v(1-\rho^2)}\right)^{-\frac{v+2}{2}} ds dt \quad (11)$$

که $T_{v,\rho}$ توزیع دو متغیره، ρ ضریب همبستگی، v درجه آزادی و t_v^{-1} معکوس توزیع تک متغیره تی-استیودنت است. تابع ضریب همبستگی رتبه‌ای این کاپولا بصورت زیر قابل تعریف است: (نلسن، ۲۰۰۶):

$$\tau = \frac{2}{\pi} \arcsin \rho \quad (12)$$

کاپولای تی - استیودنت بطور همزمان دارای وابستگی دنباله‌ای دم - بالا و دم - پایین است که از رابطه زیر بدست می آید (دونارت و اوزاکی، ۲۰۲۳):

$$\lambda_U = \lambda_L = 2t_{v+1} \left(\sqrt{\frac{(v+1)(1-\rho)}{1+\rho}} \right) \quad (13)$$

۳. کاپولای کلایتون

کاپولای کلایتون توسط کلایتون^۲ (۱۹۸۷) ارائه شد و تابع توزیع و تابع چگالی آن بصورت زیر محاسبه می‌شود:

^۱ Duarte & Ozaki

^۲ Clayton

$$\begin{cases} C(u, v) = \max\left((u^{-\theta} + v^{-\theta} - 1)^{\frac{-1}{\theta}}, 0\right) \\ c(u, v) = (\theta + 1)(u^{-\theta} + v^{-\theta} - 1)^{\left(-2 - \frac{-1}{\theta}\right)}(uv)^{(-\theta-1)}, \quad \theta > 0 \end{cases} \quad (14)$$

تابع مولد کاپولای کلایتون به صورت زیر بیان شده است:

$$\varphi(t) = \frac{t^{-\theta} - 1}{\theta} \quad (15)$$

وابستگی دم - بالای تابع کلایتون برابر صفر ($\lambda_U = 0$) و وابستگی دم - پایین آن برابر است با کایلئوت و گوئگان^۱، (۲۰۰۵):

$$\lambda_L = 2^{-\frac{1}{\theta}} \quad (16)$$

۴. تابع کاپولای گامبل

کاپولای گامبل در سال ۱۹۶۰ توسط گامبل ارائه شد و دارای توابع توزیع و چگالی به صورت است:

$$\begin{cases} C(u, v) = \exp\left(-\left((-\log u)^\theta + (\log v)^\theta\right)^{\frac{1}{\theta}}\right), \quad \theta \geq 1 \\ c(u, v) = \frac{([(-\log u)(-\log v)]^{\theta-1})}{uv} \left\{ (\theta - 1) \left[(-\log u)^\theta + (\log v)^\theta \right] \right\} \end{cases} \quad (17)$$

تابع مولد کاپولای گامبل نیز بصورت قابل تعریف است:

$$\varphi(t) = (-\ln t)^\theta \quad (18)$$

وابستگی دم - پایین تابع گامبل برابر صفر ($\lambda_U = 0$) و وابستگی دم - بالای آن از رابطه زیر بدست می‌آید (کایلئوت و گوئگان، ۲۰۰۵):

$$\lambda_U = 2 - 2^{\frac{1}{\theta}} \quad (19)$$

۵. تابع کاپولای فرانک

تابع کاپولای فرانک، توسط فرانک^۲ (۱۹۷۹) معرفی شد و دارای توابع توزیع و چگالی زیر است:

^۱ Caillault & Guegan

^۲ Frank

$$\begin{cases} C(u, v) = -\frac{1}{\theta} \ln \left(1 + \frac{(e^{-\theta u} - 1)(e^{-\theta v} - 1)}{e^{-\theta} - 1} \right), & \theta \in R - \{0\} \\ c(u, v) = \frac{\theta e^{\theta(u+v)}(e^{\theta} - 1)}{[e^{\theta(u+v)} - e^{\theta u} - e^{\theta v} + e^{\theta}]^2} \end{cases} \quad (20)$$

تابع مولد کاپولای فرانک نیز عبارت است از:

$$\varphi(t) = -\ln \left(\frac{e^{-\theta t} - 1}{e^{-\theta} - 1} \right) \quad (21)$$

تابع کاپولای گامبل دارای وابستگی دم - پایین و بالای برابر صفر ($\lambda_U = 0, \lambda_L = 0$) است (کالیئوت و گوئگان، ۲۰۰۵).

۴.۱. پیشینه پژوهش

بهینه‌سازی سبد سرمایه‌گذاری، یک مسئله چالش‌برانگیز در حوزه مالی است که اهمیت زیادی دارد. در این راستا، روش‌های مختلفی با هدف کاهش ریسک و افزایش بازده سرمایه برای ساخت و تنظیم یک سبد سرمایه‌گذاری بهینه معرفی شده‌اند. مفاهیم و ابزارهای بهینه‌سازی سبد سرمایه‌گذاری، در توسعه و درک بازارهای مالی و همچنین در فرآیند تصمیم‌گیری مالی بسیار مفید هستند. تئوری مدرن سبد سرمایه‌گذاری، که در سال ۱۹۵۲ توسط هری مارکوویتز مطرح شد، این سوال اساسی را مطرح می‌کند که چگونه سرمایه‌گذار می‌تواند سرمایه خود را بین گزینه‌های سرمایه‌گذاری مختلف تقسیم کند (کالیسی ۱ و همکاران، ۲۰۱۹). در ابتدا، مارکوویتز با استفاده از معیارهای آماری، مانند بازدهی مورد انتظار و انحراف معیار، بازدهی و ریسک سبد سهام را تعیین کرد. سپس، پیشنهاد شد که سرمایه‌گذاران در زمان سرمایه‌گذاری، همزمان بازدهی و ریسک سرمایه‌گذاری را در نظر بگیرند و تخصیص بودجه برای سرمایه‌گذاری بر اساس ریسک و بازده انجام شود. هدف اصلی این مدل، پیشینه کردن بازدهی مورد انتظار در سطح مشخصی از ریسک یا کمینه کردن ریسک مورد انتظار در سطح مشخصی از بازده است. با استفاده از این مدل، یک مرز کارا ردیابی می‌شود که نشان‌دهنده تبادل بین بازده و ریسک سبد سرمایه‌گذاری است (آلوتایی و همکاران، ۲۰۲۲). با این حال، این مدل دارای محدودیت‌ها و ضعف‌هایی است، به خصوص در استفاده از واریانس به عنوان معیار اندازه‌گیری ریسک. این معیار برای دارایی‌هایی که توزیع آن‌ها متقارن هستند، مانند توزیع نرمال، قابل قبول است. اما در صورتی که دارایی‌ها این خاصیت را

نداشته باشند، استفاده از واریانس به عنوان معیار ریسک با مشکلاتی مواجه می‌شود. به همین دلیل، مارکوویتز معیار دیگری برای اندازه‌گیری ریسک، به نام نیمه واریانس، معرفی کرد (سیلوا و همکاران، ۲۰۱۹). با تعریف نیمه واریانس به عنوان معیاری برای اندازه‌گیری ریسک، میزان انحراف از بازدهی مورد انتظار تا جایی خطرآفرین است که به زیان سرمایه‌گذار باشد و در غیر اینصورت، انحراف از بازده هیچ‌گونه ریسکی ایجاد نمی‌کند. اما با وجود این مدل، وقتی که محدودیت‌های واقعی مانند تعداد بزرگی از دارایی‌ها، محدودیت‌های مقادیر وزنی سرمایه‌گذاری و غیره به آن اضافه می‌شود، فضای جستجو در این مدل بسیار بزرگ و غیرپیوسته می‌شود و استفاده کامل از مدل‌های ریاضی غیرممکن می‌شود. به همین دلیل، الگوریتم‌های داده‌کاوی نقش مهمی در این حوزه دارند (چن و همکاران، ۲۰۲۱).

در جدول ۱ مرور تحقیقات انجام شده در زمینه بهینه‌سازی پرتفولیو میانگین - واریانس و استفاده از مدل‌های فرا ابتکاری آورده شده است.

جدول ۱. خلاصه مرور منابع

محقق (سال)	عنوان	مدل تحقیق	جامعه آماری و نمونه	یافته‌های تحقیق
تقی‌خواه‌خمایی و صلاحی (۱۳۹۸)	مدل استوار میانگین-واریانس مارکوویتز	ابتدا همزاد استوار مدل میانگین-واریانس با استفاده از مجموعه عدم قطعیت بیضی‌گون روی بازده میانگین به دست آمده است و سپس، مدل استوار مسأله مینیمم-واریانس تحت عدم قطعیت از نوع سناریو و	شاخص EuroStoxx 50 از سال ۲۰۰۸ تا ۲۰۰۹	چارچوب روش پیشنهادی در انتخاب دارایی و بازده خارج از نمونه محافظه‌کارانه کمک می‌کند. همچنین از ناسازگاری‌های بزرگ در بازده مشاهده شده اجتناب می‌کند.

محقق (سال)	عنوان	مدل تحقیق	جامعه آماری و نمونه	یافته‌های تحقیق
		بازه‌ای بررسی شده است.		
راعی و همکاران (۱۳۹۸)	بهینه‌سازی پرتفوی چندهدفه براساس میانگین، واریانس، آنتروپی و الگوریتم ازدحام ذرات	بر اساس مدل‌های ARIMA-GARCH ریسک (واریانس) و بازده برای شرکت‌های حاضر در پرتفوی برای دوره سه ماهه بعدی پیش‌بینی شده و با ورود داده‌ها به مدل پیشنهادی و از طریق الگوریتم ازدحام ذرات (PSO) اقدام به حل مسئله بهینه‌سازی شده است	بورس اوراق بهادار تهران از سال ۱۳۹۳ تا ۱۳۹۵	مدل پیشنهادی (میانگین-واریانس-آنتروپی) با استفاده از الگوریتم ازدحام ذرات از کارایی بالاتری نسبت به مدل میانگین-واریانس مارکوفیتز برخوردار است.
ایازی و ابطیحی (۱۳۹۹)	بهینه‌سازی پرتفوی سهام با استفاده از رویکرد میانگین و نیم واریانس	ابتدا با استفاده از مدل میانگین - نیم واریانس به انتخاب پرتفولیو پرداخته شده است و سپس با مدل میانگین - واریانس مقایسه شده است.	تعداد ۱۸۲ شرکت حاضر در بورس اوراق بهادار تهران از سال ۱۳۹۰ تا ۱۳۹۸	بین میانگین بازدهی سرمایه‌گذاری در سبدهای سهام شرکت‌های پذیرفته شده در بورس تهران و بهینه شده بر مبنای مدل میانگین - واریانس

محقق (سال)	عنوان	مدل تحقیق	جامعه آماری و نمونه	یافته‌های تحقیق
داودی‌فر (۱۳۹۹)	بهینه‌سازی مدل میانگین نیم واریانس در بازار مالی بین‌الملل توسط الگوریتم‌های PSO و FA و GA	ابتدا به وسیله مدل میانگین نیم واریانس به بهینه‌سازی سید سهام پرداخته شده و مسئله بهینه‌سازی سید استفاده سهام با از الگوریتم‌های PSO و GA و FA حل شده است و در ادامه نتایج بازده و ریسک حاصل از هر یک مورد مقایسه قرار گرفته است.	داده‌های آتی شاخص شرکت‌های بین‌المللی Apple, Yahoo, Google, Facebook, IBM, Microsoft, Twitter, Ford برای سال ۲۰۱۸	تفاوت وجود دارد و بین میانگین واریانس سرمایه‌گذاری در سیدهای سهام شرکت‌های پذیرفته شده در بورس تهران و بهینه شده بر مبنای مدل میانگین - واریانس تفاوت وجود دارد.
واعظی و همکاران (۱۴۰۰)	بهینه‌سازی سید سرمایه‌گذاری بر مبنای توسعه مدل کوله پشتی	ابتدا به ارائه مدل بهینه سازی سید سرمایه گذاری	برخی از سهام بورس اوراق بهادار تهران	مدل بهینه سازی سید سرمایه گذاری بر مبنای توسعه مدل کوله

محقق (سال)	عنوان	مدل تحقیق	جامعه آماری و نمونه	یافته‌های تحقیق
		بر مبنای توسعه مدل کوله پشتی پرداخته شده است و در ادامه رویکردهایی برای تقویت مدل پیشنهادی در جهت رفع سایر نقاط ضعف موجود پیشنهاد شده است.		پشتی ملکرد بسیار مناسبی دارد و توانایی ارائه تعداد بهینه هر سهم انتخاب شده در پرتفوی را به صورت عدد صحیح دارا می باشد و برای بهینه سازی سبد سهام های خاص با قیمت نسبتا بالا کارایی دارد.
اجل لوئیان و قندی بیدگلی (۱۴۰۲)	تعیین سبد بهینه سهام با استفاده از مدل کوله پشتی با در نظر گرفتن ریسک و کلاس بندی سهام	از مدل کوله پشتی جهت انتخاب نوع سهام و میزان خرید هر یک از سهمها استفاده گردیده است. همچنین عامل مهم ریسک با در نظر گرفتن مواردی همچون مقدار ریسک پذیری افراد، اعمال قیمتها به صورت بازهای و محدودیت کلاسنندی سهام در مدل ارائه شده در نظر گرفته شده	برخی از سهام بورس اوراق بهادار تهران	نتایج بیانگر دقت بالای روش پیشنهادی در کمقایسه با روش های کلاسیک موجود است.

محقق (سال)	عنوان	مدل تحقیق	جامعه آماری و نمونه	یافته‌های تحقیق
		است.		
چن و همکاران (۲۰۱۸)	یک الگوریتم فراابتکاری ترکیبی برای مدل جدید انتخاب پرتفولیوی میانگین - واریانس - چوله‌دار با قیود واقعی	ابتدا با استفاده از الگوریتم ترکیبی ژنتیک - کرم‌شب‌تاب، مسئله بهینه شده است و سپس با استفاده از مدل MV چوله‌دار، انتخاب پرتفولیو صورت گرفته است.	شاخص S&P 500 از سال ۲۰۱۰ تا ۲۰۱۵	بهبود نتایج نسبت به مدل‌های غیربهینه
یان و وونگ (۲۰۱۹)	استراتژی تعادل حلقه باز برای مسئله انتخاب پرتفولیوی میانگین - واریانس تحت نوسانات تصادفی	ابتدا چارچوب کنترل حلقه باز برای مسئله انتخاب پرتفولیوی میانگین - واریانس سازگار با زمان در بازارهای کامل تحت نوسانات تصادفی مدلسازی شده است. سپس مدل حلقه بسته و حل صریح آن برای برخی از مدل‌های مشهور ارائه شده است.	شاخص S&P 500 از سال ۲۰۱۷ تا ۲۰۱۸	استفاده از اطلاعات نوسانات باعث تقویت کارایی استراتژی تعادل برحسب کاهش ریسک و پایداری پرتفولیو می‌شود.
سیلوا و همکاران	یک الگوریتم	ابتدا استفاده از	بنچمارک	بهبود نتایج در

محقق (سال)	عنوان	مدل تحقیق	جامعه آماری و نمونه	یافته‌های تحقیق
(۲۰۱۹)	تکاملی چندهدفه برای کلاسی از مسائل انتخاب پرتفولیوی میانگین - واریانس	الگوریتم بهینه‌سازی PSO برای حل مسئله بهینه واریانس - میانگین و سپس استفاده از یک روش رتبه‌بندی تطبیقی برای انتخاب سبدها	DATASTREAM از سال ۱۹۹۲ تا ۱۹۹۷	مقایسه با سایر روش‌های مرتبط با بهینه‌سازی چندهدفه برای انتخاب پرتفولیو
تایالی (۲۰۲۰)	یک روش جدید آزمایش مجدد برای خوشه بندی اقلیدسی در بهینه سازی سبد به میانگین - واریانس	ابتدا خوشه‌بندی داده‌ها به کمک ضریب همبستگی و سپس استفاده از مدل مارکوفیتز برای بهینه‌سازی سبد	تمامی سهم‌های تاثیرگذار بر سه شاخص اصلی بورس آمریکا، داو جون، اس اند پی ۵۰۰ و نزدک.	بهبود تشکیل سبد به کمک رویکرد خوشه‌بندی اقلیدوسی
وانگ و ژو (۲۰۲۰)	انتخاب پرتفولیوی میانگین - واریانس زمان - پیوسته: یک چارچوب یادگیری تقویتی	استفاده از روش یادگیری تقویتی برای بهینه‌سازی سراسری مسئله MV برای انتخاب پرتفولیو	S&P 500 از سال ۱۹۹۰ تا ۲۰۰۰	بهبود نتایج در مقایسه با روش‌های مرسوم و شبکه‌های عصبی عمیق
چن و همکاران (۲۰۲۱)	بهینه‌سازی پرتفولیو واریانس - میانگین با استفاده از تخمین قیمت	ابتدا قیمت سهام با استفاده از روش XGBoost بهینه شده با	۲۴ سهم از شاخص SSE 50 از سال ۲۰۰۹ تا ۲۰۱۹	روش پیشنهادی در مقایسه با روش‌های مرسوم (روش‌های بدون پیش‌بینی قیمت)

محقق (سال)	عنوان	مدل تحقیق	جامعه آماری و نمونه	یافته‌های تحقیق
	سهام مبتنی بر یادگیری ماشین	الگوریتم JFA، پیش‌بینی می‌شود و سپس انتخاب پرتفولیو با مدل MV انجام می‌شود.		برحسب بازدهی و ریسک منجر به نتایج بهتری می‌شود.
آلوتابیی و همکاران (۲۰۲۲)	بدترین مورد رویکرد GARCH-Copula برای CVaR بهینه‌سازی پرتفوی: شواهدی از بازارهای مالی	استفاده از رویکرد GARCH-Copula و CVaR برای انتخاب سبد بهینه	قیمت سهام شرکت های نفتی شورای همکاری خلیج فارس (GCC)	نتایج نشان می‌دهد که مقادیر WCVaR همیشه بالاتر از VaR است، و نشان می‌دهد که رویکرد WCVaR ارزیابی دقیق‌تری از ریسک مالی ارائه می‌دهد.
ما و همکاران (۲۰۲۳)	یک مدل بهینه‌سازی پورتفولیوی مبتنی بر پیش‌بینی جدید با استفاده از یادگیری عمیق	استفاده از شبکه‌های رمزنگار خودکار برای انتخاب ویژگی و مدل LSTM برای بهینه‌سازی پرتفولیو	۱۰۰ شرکت از بورس شانگهای چین	نتایج تجربی نشان می‌دهد که مدل پیشنهادی به طور قابل توجهی بهتر از پرتفوی دارای وزن برابر است و ترجیح ریسک - بازده بالا برای این مدل مناسب‌تر است. علاوه بر این، حتی پس از کسر کارمزد تراکنش، این مدل همچنان به بازده

محقق (سال)	عنوان	مدل تحقیق	جامعه آماری و نمونه	یافته‌های تحقیق
				رضایت‌بخشی دست می‌یابد و عملکرد بهتری نسبت به مدل‌های بهینه‌سازی سبد مبتنی بر پیش‌بینی پیشرفته دارد.
اشرف‌زاده و همکاران (۲۰۲۳)	مدل پیش‌بینی بازده مبتنی بر خوشه برای پیش‌انتخاب سهام در بهینه‌سازی سبد با استفاده از PSO-CNN+MVF	استفاده از یک رویکرد ترکیبی که یک شبکه عصبی کانولوشنال را با فرآیندهای بهینه‌شده توسط PSO برای پیش‌انتخاب سهام و یک مدل میانگین واریانس با پیش‌بینی برای بهینه‌سازی پورتفولیو ادغام می‌کند.	۲۱ سهم از بازار بورس نیویورک (NYSE)	روش پیشنهادی برای آموزش شبکه CNN بر روی سهام خوشه‌ای تفاوت قابل توجهی در دقت پیش‌بینی با روش‌های مرسوم ندارد. علاوه بر این، در مرحله بهینه‌سازی سبد، بازده‌های پیش‌بینی شده در مرحله پیش‌انتخاب سهام برای بهینه‌سازی وزن سهام در سبد استفاده می‌شود. در مقایسه با سایر مدل‌های معیار، مدل پیشنهادی عملکرد مالی برتری را نشان می‌دهد.

محقق (سال)	عنوان	مدل تحقیق	جامعه آماری و نمونه	یافته‌های تحقیق
اروین و انگلبرشت ^۱ (۲۰۲۳)	بهینه‌سازی ازدحام ذرات مبتنی بر مجموعه راهنما ^۲ (SBPSO) برای بهینه‌سازی چندهدفه پرتفولیو	رویکرد بهینه‌سازی چند هدفه برای SBPSO پیشنهاد شده و عملکرد آن برای بهینه‌سازی پورتفولیو چند هدفه مورد ارزیابی قرار گرفته است.	دیتای بنچمارک OR Library از سال ۱۹۹۲ تا ۱۹۹۷	نشان داده شده است که SBPSO مشابه سایر الگوریتم‌های چند هدفه عمل می‌کند در حالی که مجموعه متنوع‌تری از راه‌حل‌های بهینه را به دست می‌آورد.

۲. روش پژوهش

این پژوهش از نظر هدف، یک تحقیق کاربردی و از نظر روش، در دسته تحقیقات توصیفی قرار می‌گیرد. داده‌های مورد استفاده در این مطالعه، داده‌های قیمتی سهام شرکت‌های پذیرفته‌شده در بورس اوراق بهادار تهران هستند.

۱.۲. داده‌ها

نمونه‌های آماری این پژوهش شامل شرکت‌های فعال در بورس اوراق بهادار تهران از سال ۱۳۹۱ تا ۱۴۰۲ است که با استفاده از روش حذف سیستماتیک انتخاب شده‌اند. معیارهای انتخاب شرکت‌ها به شرح زیر است:

جدول ۲. روند غربالگری شرکت‌های بورس اوراق بهادار تهران

ردیف	نوع غربالگری	تعداد شرکت
۱	دارای سابقه معاملاتی از فروردین سال ۱۳۹۱ تا انتهای سال ۱۴۰۲ نیستند	۱۶۵
۲	بیش از ۶ ماه بسته به صورت مداوم بودند	۴۱
۳	کمتر از ۱۴۰ روز معاملاتی در سال دارند	۶۵

^۱ Erwin & Engelbrecht

^۲ set-based particle swarm optimization

۲۷۱	تعداد کل	
-----	----------	--

منبع: نتایج تحقیق

- ۱- اطلاعات آن از سال ۱۳۹۱ تا ۱۴۰۲ در دسترس باشد.
 - ۲- از سال ۱۳۹۱ تا ۱۴۰۲، بیش از ۶ ماه بصورت مداوم بسته نبوده باشند.
 - ۳- از سال ۱۳۹۱ تا ۱۴۰۲، در هر سال حداقل ۱۴۰ روز معاملاتی داشته باشند.
- بر اساس آمار ارائه شده در سایت tse.ir، تا پایان سال ۱۴۰۲ تعداد ۳۸۸ شرکت در بورس اوراق بهادار تهران پذیرفته شده اند. با اعمال محدودیت های تعیین شده (مانند دسترسی به داده های کامل از سال ۱۳۹۱ تا ۱۴۰۲، عدم توقف معاملاتی بیش از ۶ ماه، و داشتن حداقل ۱۴۰ روز معاملاتی در هر سال)، تعداد ۱۱۷ شرکت از ۲۴ صنعت مختلف به عنوان نمونه نهایی انتخاب شدند. فرآیند دقیق غربالگری شرکت ها در جدول ۱ به طور کامل تشریح شده است. داده های مورد استفاده در این پژوهش، شامل قیمت های تعدیل شده (با احتساب افزایش سرمایه و تقسیم سود) است که از سایت tsetmc.com جمع آوری شده اند.

۲.۲. روش پیشنهادی

در این پژوهش، از مدل $GARCH-dCopula$ بهینه شده با استفاده از الگوریتم PSO و GAN برای تجزیه و تحلیل داده ها استفاده شده است. الگوریتم PSO و GAN به منظور بهینه سازی های پارامترهای مدل و بهبود دقت پیش بینی ها به کار گرفته می شود. فرآیند بهینه سازی به صورت یکپارچه و چندهدفه طراحی شده است که در آن دو تابع هدف $WCVaR$ (کمینه سازی ریسک) و نسبت شارپ (حداکثرسازی بازده تعدیل شده بر اساس ریسک) به طور همزمان در نظر گرفته می شوند. شماتیک روش پیشنهادی در شکل ۱ ارائه شده است. همان طور که در شکل مشاهده می شود، فرآیند بهینه سازی به صورت یکپارچه انجام می گیرد. مراحل اصلی روش پیشنهادی به شرح زیر است.

۱.۲.۲. محاسبه ترم پسماند سهام

در این مرحله، با استفاده از مدل $GARCH$ ، ابتدا بازدهی لگاریتمی سهام محاسبه می شود و سپس ترم پسماند استخراج می گردد. مدل $GARCH$ یک مدل اقتصادی است که برای مدل سازی

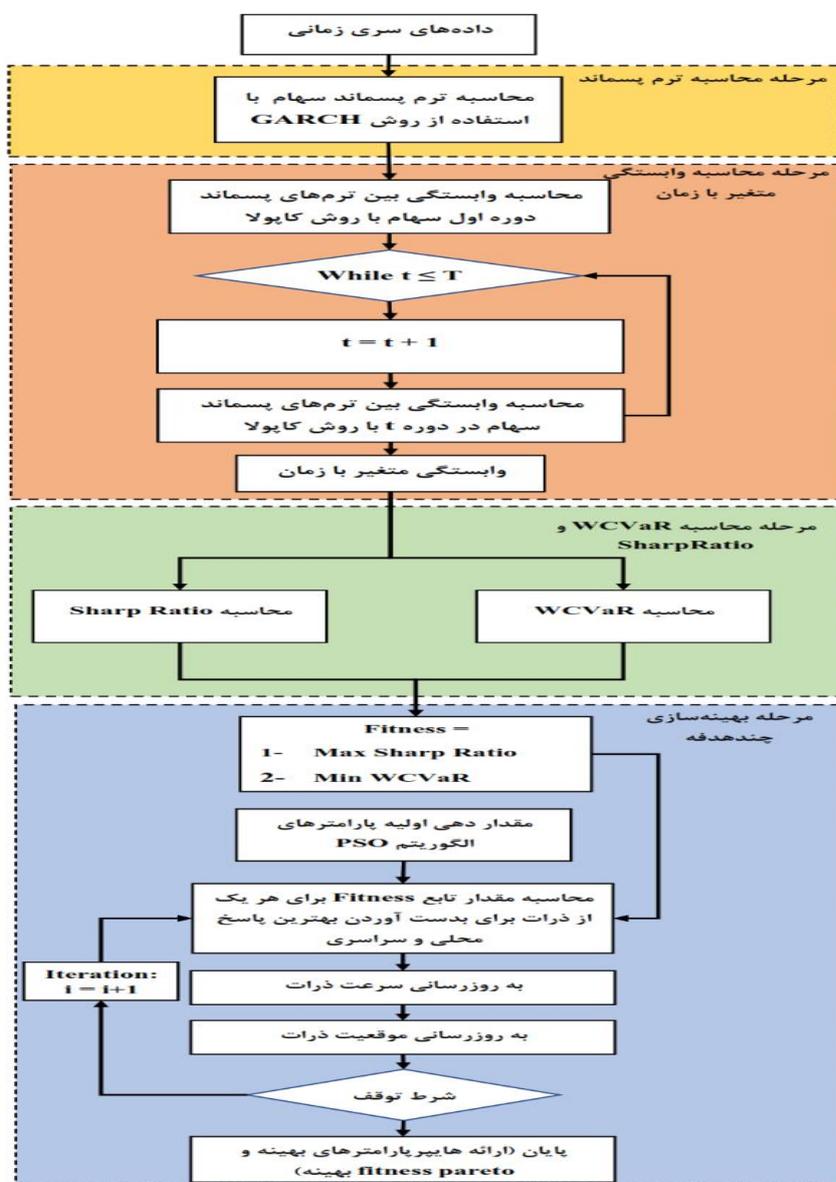
و پیش‌بینی واریانس نوسانات قیمت در بازارهای مالی مورد استفاده قرار می‌گیرد (لامبرت و تراسویرتا، ۲۰۰۲). مدل GARCH بصورت زیر بیان می‌شود:

$$\varepsilon_t = W_t \sqrt{\sigma_t^2} \quad (22)$$

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q \beta_j \sigma_{t-i}^2$$

که در آن، بازدهی لگاریتمی قیمت سهام (P_t) است که از فرمول زیر محاسبه می‌شود:

$$r_t = \ln \left(\frac{p_t}{p_{t-1}} \right) \quad (23)$$



شکل ۱. شماتیک روش پیشنهادی

منبع: محقق ساخته

در این مدل، σ_t^2 نشان‌دهنده واریانس نوسانات در زمان t ، ε_t نشان‌دهنده ترم پسماند (باقیمانده‌ها)، و α_0, α, β پارامترهای مدل هستند. همچنین، p و q به ترتیب نشان‌دهنده مرتبه فرآیندهای ARCH و GARCH هستند. از آنجایی که در اکثر داده‌های مالی با در نظر گرفتن مدل GARCH(1,1) مشکل ناهمسانی واریانس سری زمانی رفع می‌شود، در نتیجه در این پژوهش سری پسماندها با این مدل بدست می‌آیند. بنابراین داریم:

$$\begin{aligned} \varepsilon_t &= W_t \sqrt{\sigma_t^2} \\ \sigma_t^2 &= \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2 \end{aligned} \quad (24)$$

۲.۲.۲. محاسبه وابستگی متغیر با زمان

در این مرحله، با استفاده از ترم‌های پسماند هر یک از سهام، وابستگی حاشیه‌ای بین آن‌ها با به‌کارگیری مدل‌های کاپولای ارائه‌شده در جدول ۳ محاسبه می‌شود. برای مدل‌سازی وابستگی پویا، از تکنیک پنجره لغزشی استفاده می‌شود. مدل پیشنهادی برای انواع مختلف کاپولا پیاده‌سازی شده و در نهایت، بهترین مدل کاپولا برای محاسبه وابستگی‌های متغیر با زمان انتخاب می‌گردد. در این پژوهش، برای پیاده‌سازی مدل کاپولای متغیر با زمان، از مفهوم پنجره لغزشی با اندازه ۲۵۲ نمونه (معادل یک سال برای داده‌های روزانه) استفاده شده است. با در نظر گرفتن این مفاهیم، مدل کاپولای متغیر با زمان به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$F(\varepsilon_{1t}, \varepsilon_{2t}, \dots, \varepsilon_{nt}) = C_t(F_{1t}(\varepsilon_{1t}), F_{2t}(\varepsilon_{2t}), \dots, F_{nt}(\varepsilon_{nt}); \theta_t) \quad (25)$$

که در آن θ_t پارامتر همبستگی در پنجره t ام و ε_{it} ترم پسماند مدل GARCH است. با استفاده از پنجره لغزشی به تخمین مقدار همبستگی در اولین پنجره با استفاده از تخمین‌گر حداکثر درست‌نمایی^۱ (CML) پرداخته می‌شود. این تابع به صورت زیر قابل تعریف است (گروس‌مس و پون، ۲۰۱۵):

$$\hat{\theta}_1 = \operatorname{argmax} \frac{1}{K} \sum_{i=1}^K \log(c(\hat{F}_1(\eta_{1,i}), \dots, \hat{F}_1(\eta_{n,i})); \theta) \quad (26)$$

^۱ Canonical Maximum Likelihood

^۲ Grossmass & Poon

که در آن K اندازه پنجره است. معادله فوق از نوع حداکثرسازی است و برای حل آن از الگوریتم فرابتکاری PSO و شبکه GAN استفاده خواهد شد. به منظور انتخاب مناسب‌ترین مدل کاپولای متغیر با زمان، از دو معیار اطلاعاتی آکائیک (AIC) و بیزین (BIC) استفاده می‌شود که به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\begin{aligned} \text{AIC} &= -2\text{CML} + 2k \\ \text{BIC} &= -2\text{CML} + \log(n) \times k \end{aligned} \quad (27)$$

که در آن، k نشان‌دهنده تعداد پارامترهای هر یک از مدل‌های کاپولا است. مدلی که دارای کمترین مقدار AIC و BIC باشد، به عنوان بهترین مدل در نظر گرفته می‌شود.

جدول ۳. اطلاعات مدل‌های مختلف کاپولا

تابع کاپولا	پارامتر	دامنه پارامتر	تابع مولد	وابستگی دم پایین	وابستگی دم بالا
نرمال	ρ	$(-1, 1)$	---	.	.
تی-استیودنت	ρ	$\rho \in (-1, 1)$	----	$\left(-\sqrt{\frac{(v+1)(1-\rho)}{1+\rho}} \right)_{v+1}$	$\left(-\sqrt{\frac{(v+1)(1-\rho)}{1+\rho}} \right)_{v+1}$
کلایتن	θ	$(0, \infty)$	$\frac{t^{-\theta} - 1}{\theta}$	$\frac{1}{\theta}$.
گامبل	θ	$(1, \infty)$	$(-\ln t)^\theta$.	$\frac{1}{\theta} - \frac{1}{\theta^2}$
فرانک	θ	$\theta \in R - \{0\}$	$-\ln \left(\frac{e^{-\theta t} - 1}{e^{-\theta} - 1} \right)$.	.

منبع: نتایج تحقیق

۳.۲.۲. محاسبه WCVaR و Sharp Ratio پرتفولیو

معیارهای متعددی برای سنجش ریسک وجود دارد. یکی از معیارهای متداول VaR است. با این حال، این معیار با انتقادات متعددی مواجه شده است، زیرا یک معیار منسجم از ریسک محسوب نمی‌شود و تنها یک صدک از توزیع زیان را نشان می‌دهد، بدون اینکه به زیان‌های بالقوه در نواحی دم توزیع (شرایط بحرانی) توجه داشته باشد. به همین دلیل، ارزش در معرض ریسک شرطی

(CVaR) توسط زگو^۱ (۲۰۰۵) به‌عنوان جایگزینی برای VaR پیشنهاد شد. CVaR به‌عنوان یک معیار ریسک منسجم، قابلیت ارزیابی دقیق‌تری از زیان‌های انتهایی توزیع نسبت به VaR دارد. در ادامه این روند، رستم و کاکوریس^۲ (۲۰۱۴) مفهوم کاپولا-CVaR را معرفی کردند و در نهایت، این مفهوم را به کاپولا-WCVaR توسعه دادند که در سناریوهای بحرانی، ارزیابی دقیق‌تری از ریسک ارائه می‌دهد.

تعریف WCVaR.

WCVaR برای یک $\mathbf{w} \in \mathbb{W} \subset \mathbb{R}^m$ ثابت در سطح اطمینان β برحسب $C(\cdot)$ بصورت زیر تعریف می‌شود:

$$WCVaR_{\beta}(\mathbf{w}) = \sup_{C(\cdot) \in C} CVaR_{\beta}(\mathbf{w}) \quad (28)$$

ضریب شارپ معیاری است که برای ارزیابی عملکرد سرمایه‌گذاری استفاده می‌شود. ضریب شارپ بالا نشان دهنده این است که سرمایه‌گذاری با بازدهی بیشتر در مقایسه با ریسک متوسط خود دارد (خورشید و همکاران، ۲۰۲۵). فرمول محاسبه این نسبت به صورت زیر است:

$$\text{SharpRatio} = \frac{R_p - R_f}{\sigma(R_p - R_f)} \quad (29)$$

که در آن R_p بازدهی پرتفولیو، R_f بازدهی بدون ریسک و σ انحراف استاندارد است.

۴.۲.۲. بهینه‌سازی چندهدفه

بهینه‌سازی پرتفولیو در این تحقیق بصورت همزمان و یکپارچه با تخمین پارامتر وابستگی متغیر با زمان مدل کاپولا و وزن پرتفولیو با استفاده از الگوریتم PSO و GAN با در نظر گرفتن تابع دو هدفه زیر انجام می‌شود:

$$\text{Fitenss} = \begin{cases} \min WCVaR \\ \max \text{SharpRatio} \end{cases} \quad (30)$$

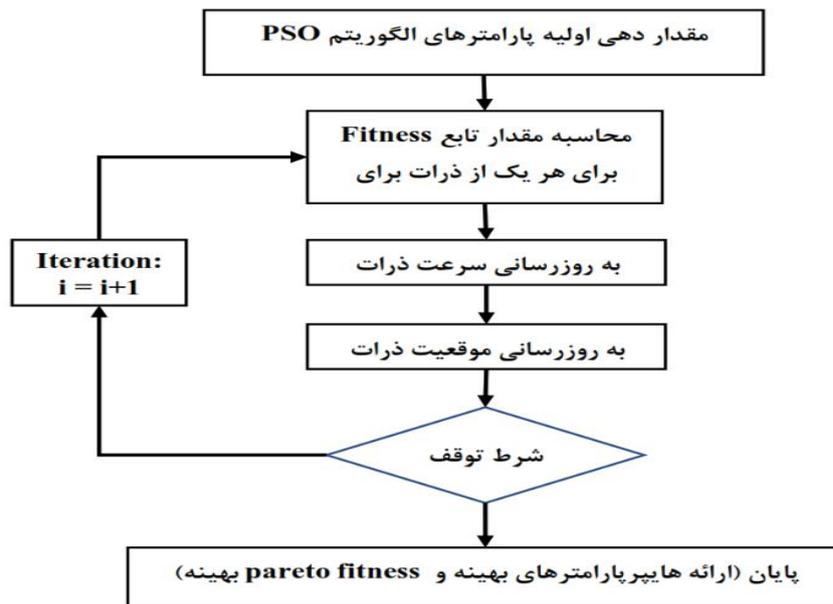
شماتیک روش بهینه‌سازی PSO در شکل ۲ نشان داده شده است. شبکه‌های GAN (شکل ۳) نیز یکی از پیشرفت‌های برجسته در حوزه یادگیری عمیق و هوش مصنوعی است که توسط یان

^۱ Szegö

^۲ Rustem & Kakouris

^۳ Khurshid

لوکان گودفلو^۱ و همکارانش در سال ۲۰۱۴ معرفی شد. این شبکه‌ها از دو بخش اصلی تشکیل شده‌اند: مولد (G) و تمییزدهنده (D). مولد مسئول تولید داده‌های مصنوعی است که سعی می‌کند به داده‌های واقعی شبیه باشند، در حالی که تمییزدهنده تلاش می‌کند بین داده‌های واقعی و مصنوعی تمایز قائل شود. این دو شبکه به صورت رقابتی آموزش می‌بینند و در طول فرآیند آموزش، عملکرد یکدیگر را بهبود می‌بخشند. این تعامل تقابلی منجر به تولید داده‌های مصنوعی با کیفیت بالا می‌شود (گودفلوو و همکاران، ۲۰۱۴). تابع هزینه در GANs معیاری است که نشان می‌دهد داده‌های تولیدی چقدر به داده‌های واقعی نزدیک شده‌اند و تمییزدهنده چقدر در تشخیص آن‌ها موفق بوده است. این تابع به عنوان ابزاری برای بهینه‌سازی و بهبود عملکرد هر دو شبکه استفاده می‌شود (دائیل^۲ و همکاران، ۲۰۲۳).

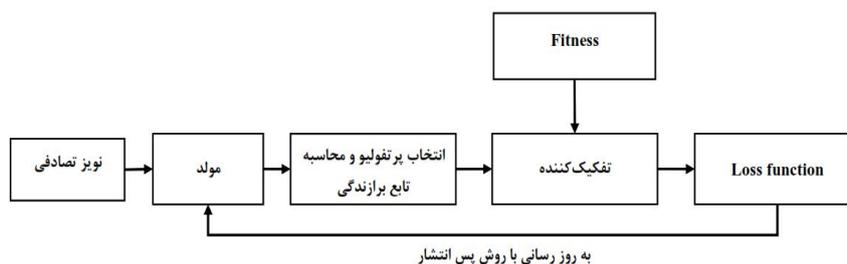


شکل ۲. شماتیک الگوریتم PSO

منبع: نتایج تحقیق

^۱ Ian Goodfellow

^۲ Dael

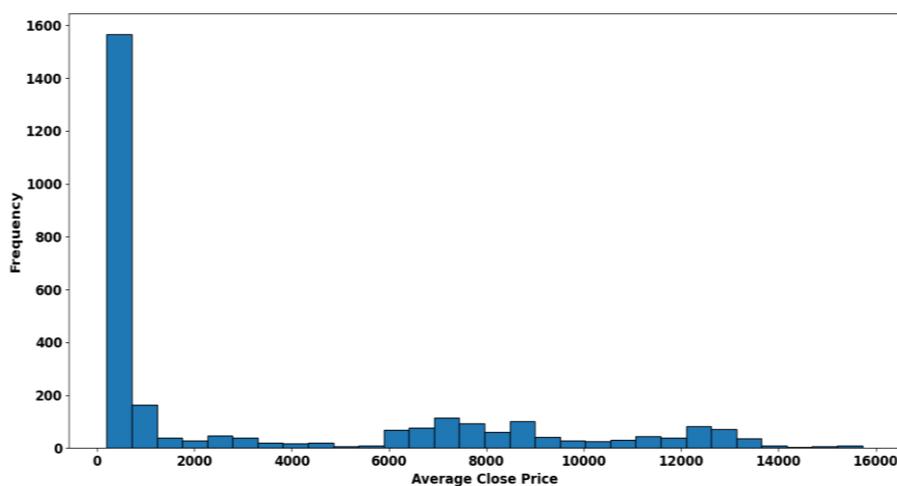


شکل ۳. شماتیک شبکه GAN.

منبع: نتایج تحقیق

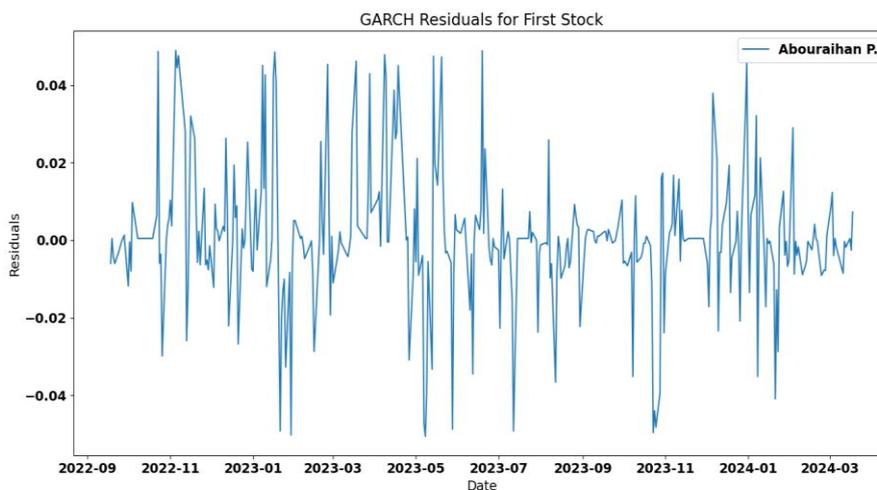
۳. یافته‌های پژوهش

در این مطالعه، داده‌های مربوط به قیمت پایانی ۱۱۷ شرکت فعال در بورس اوراق بهادار تهران طی بازه زمانی ۲۰۱۲ (۱۳۹۱) تا ۲۰۲۴ (۱۴۰۲) مورد بررسی قرار گرفت. در مجموع، ۲۸۹۸ مشاهده از قیمت‌های پایانی شرکت‌ها جمع‌آوری شد که میانگین قیمت پایانی ۳۵۹۲,۹۳ ریال و انحراف معیار آن ۴۳۶۷,۹۴ ریال محاسبه شد. انحراف معیار بالا نشان‌دهنده پراکندگی قابل توجه قیمت‌ها میان شرکت‌هاست، به طوری که کمترین قیمت پایانی ۱۹۶,۷۱ ریال و بیشترین آن به ۱۵۷۲۵,۳۳ ریال رسیده است. این تفاوت چشمگیر بین حداقل و حداکثر قیمت، بیانگر تنوع گسترده در ارزش بازار شرکت‌های مورد بررسی است. توزیع قیمت‌های پایانی نیز از طریق هیستوگرام (شکل ۴) تحلیل شد. این نمودار نشان می‌دهد که بیشترین تمرکز قیمت‌ها در محدوده پایین‌تر (زیر ۴۰۰۰ ریال) قرار دارد، در حالی که تنها تعداد معدودی از شرکت‌ها به سطوح قیمتی بسیار بالاتر (بالای ۱۰۰۰۰ ریال) دست یافته‌اند.



شکل ۴. نمودار هیستوگرام قیمت شرکت‌های مورد مطالعه

منبع: خروجی نرم افزار



شکل ۵. سری زمانی ترم پسماند مدل GARCH برای شرکت دارویی ابوریحان

منبع: خروجی نرم افزار

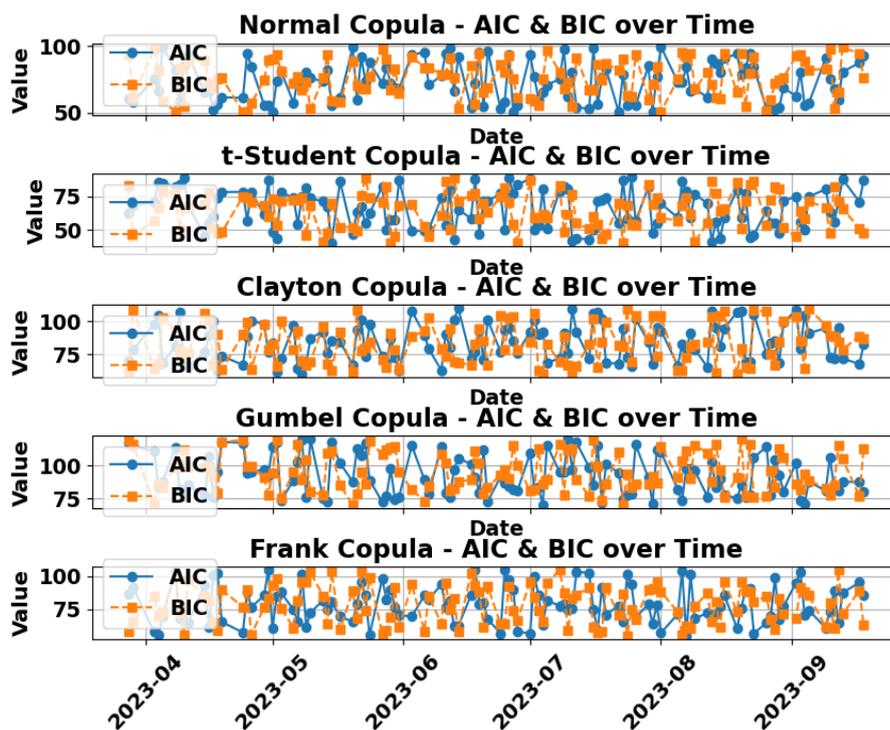
پراکندگی قابل توجه و چولگی موجود در داده‌ها، ضرورت استفاده از مدل‌های ریسک پویا مانند GARCH-dCopula را تقویت می‌کند، زیرا مدل‌های ایستا قادر به نمایش تغییرپذیری شدید و

وابستگی‌های غیرخطی بین دارایی‌ها نیستند. از طرف دیگر، وجود داده‌های پرت در سطوح قیمتی بالا، اهمیت به‌کارگیری معیارهای ریسک محافظه‌کارانه‌تر مانند WCVaR را آشکار می‌سازد تا اثرات سناریوهای بحرانی در فرآیند بهینه‌سازی پرتفولیو در نظر گرفته شود.

در گام بعدی، مدل $GARCH(1,1)$ برای توصیف نوسانات شرطی بازدهی هر دارایی برآزش داده شد. تحلیل این پسماندها (نمونه‌ی ارائه‌شده در شکل ۵ برای سهام دارویی ابوریحان) حاکی از توزیع آن‌ها حول میانگین صفر و عدم وجود الگوهای باقیمانده (مانند خوشه‌بندی نوسانات یا روند) بود که نشانگر کفایت مدل $GARCH$ در توصیف نوسانات شرطی است. مرحله مدل‌سازی وابستگی بین دارایی‌ها با استفاده از کاپولاهای مختلف انجام شد. با به‌کارگیری تکنیک پنجره لغزشی ۲۵۲ روزه، پارامترهای هر کاپولا به صورت پویا و وابسته به زمان برآورد شدند. در هر بازه زمانی، مدلی که کمترین مقادیر معیارهای AIC و BIC را داشت، به عنوان مدل بهینه انتخاب گردید (جدول ۴). نتایج شکل ۶ نشان داد که در بازه‌های نرمال، کاپولاهای نرمال و فرانک به دلیل نزدیکی توزیع خطاها به نرمال، عملکرد مناسبی دارند. با این حال، در دوره‌های همراه با ناهنجاری‌های آماری مانند چولگی یا کشیدگی (به ویژه در بازه ۲۰۲۰-۲۰۲۱)، کاپولاهای تی - استیودنت و کلایتون به دلیل انعطاف در مدل‌سازی ساختارهای دم‌سنگین و نامتقارن، برتری واضحی از خود نشان دادند. بر اساس میانگین مقادیر AIC و BIC ، کاپولای تی - استیودنت به عنوان مدل برتر در اکثر بازه‌ها انتخاب شد، هرچند تفاوت معیارها بین کاپولاهای نرمال، فرانک و گامبل ناچیز بود. این موضوع حاکی از آن است که در شرایطی که بازار از نظر ساختار وابستگی پیچیدگی کمتری دارد، این سه مدل عملکردی مشابه ارائه می‌دهند.

نتایج حاصل از مدل پیشنهادی در قالب نمودار پرتو (شکل ۷) ارائه گردیده که طیف کاملی از پرتفولیوهای بهینه را در سطوح مختلف ریسک و بازده نمایش می‌دهد. در این نمودار، رابطه معاوضه‌ای کلاسیک بین ریسک و بازده به وضوح قابل مشاهده است، به طوری که بهبود هر یک از معیارها مستلزم کاهش در دیگری می‌باشد. بررسی مناطق مختلف نمودار نشان می‌دهد که الگوریتم GAN در تمامی سطوح ریسک (کم‌ریسک، متوازن و پرریسک) عملکرد برتری نسبت به PSO دارد. در منطقه کم‌ریسک، GAN موفق به دستیابی به پرتفولیوهایی با WCVaR پایین‌تر و نسبت شارپ بالاتر شده است. در منطقه متوازن نیز این الگوریتم با حفظ تعادل مناسب بین ریسک و بازده، مقادیر بهینه‌تری را ارائه نموده است. حتی در منطقه پرریسک که معمولاً با نوسانات بالا همراه است، GAN توانسته است پرتفولیوهایی با WCVaR کنترل‌شده و نسبت شارپ جذاب‌تری را شناسایی کند. یافته‌های این مطالعه حاکی از آن است که الگوریتم GAN به دلیل ساختار یادگیری عمیق و توانایی در کشف الگوهای پیچیده، قادر به شناسایی ترکیبات بهینه‌تری از

دارایی‌ها در مقایسه با روش کلاسیک PSO می‌باشد. این برتری به ویژه در شرایط مختلف بازار و سطوح متفاوت ریسک‌پذیری مشهود است که می‌تواند راهنمای ارزشمندی برای سرمایه‌گذاران در انتخاب پرتفولیوهای مناسب بر اساس سطح ریسک‌پذیری و انتظارات بازدهی آنها باشد.



شکل ۶. مقادیر معیارهای AIC و BIC مدل‌های کاپولای مورد مطالعه در طول زمان

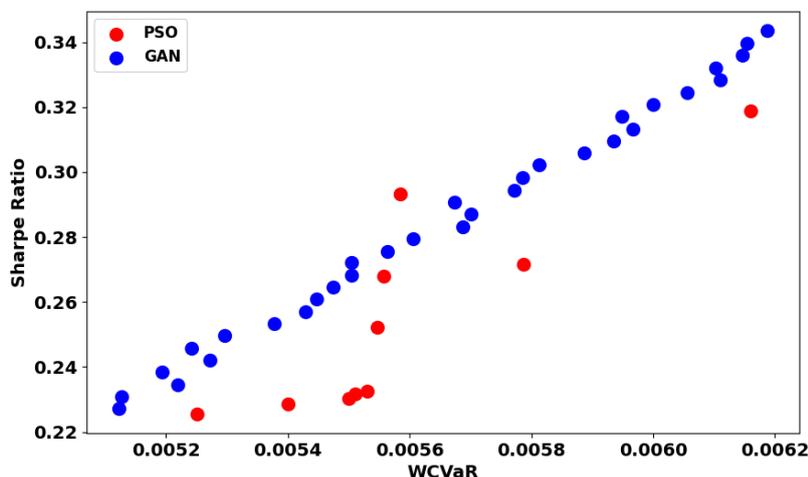
منبع: خروجی نرم افزار

جدول ۴. مقادیر میانگین معیارهای AIC و BIC مدل‌های کاپولای مورد مطالعه

میانگین BIC	میانگین AIC	مدل کاپولا
۷۶,۷۸	۷۲,۲۹	نرمال
۹۴,۹۴	۹۵,۷۷	گامبل
۸۰,۲۱	۷۸,۱۴	فرانک
۸۵,۶۶	۸۶,۲۱	کلایتون

۶۵,۸۸	۶۵,۷۹	تی - استیودنت
-------	-------	---------------

منبع: نتایج تحقیق



شکل ۷. نمودار پرتو الگوریتم PSO

منبع: خروجی نرم افزار

جدول ۵ نشان می‌دهد که مدل GAN با تخصیص ۴۰٪ وزن پرتفوی به ۲۰ سهم برتر، رویکرد متمرکزتری در مقایسه با مدل PSO (با تخصیص ۳۳٪) دارد. این تفاوت استراتژیک حاکی از تمایل GAN به شناسایی و سرمایه‌گذاری سنگین‌تر بر سهام با پتانسیل بازدهی بالا همراه با مدیریت ریسک کارآمد است. در مقابل، مدل PSO با رویکرد محافظه‌کارانه‌تر، وزن‌های کمتری به سهام اختصاص داده و تنوع بیشتری ایجاد می‌کند. این استراتژی اگرچه ممکن است منجر به کاهش ریسک سیستماتیک شود، اما احتمالاً بازدهی کمتری نسبت به مدل GAN تولید می‌کند. امکان ترکیب هوشمندانه این دو رویکرد برای ایجاد توازن مطلوب بین بازدهی و ریسک وجود دارد که می‌تواند راهکار مناسبی برای مدیران پرتفولیو باشد.

به منظور اعتبارسنجی نتایج حاصل از روش پیشنهادی، نتایج حاصل از آن با رویکرد مارکویتز و پرتفوی با وزن مقایسه شد و در شکل ۸ ترسیم شد. در این مقایسه، مدل GAN با نسبت شارپ بالاتر عملکردی برتر نسبت به سایر مدل‌ها نشان می‌دهد. این نتیجه نشان‌دهنده توانایی بالای GAN در شناسایی ترکیبات بهینه‌داری‌هاست که بازدهی بالاتری را بدون افزایش نامتناسب ریسک فراهم می‌کند. در مقابل، مدل PSO اگرچه عملکردی قابل قبول دارد، اما به دلیل ماهیت

الگوریتمی مبتنی بر جستجوی تصادفی، ممکن است در برخی موارد به نقاط بهینه محلی محدود شود و نتواند به سطح کارایی GAN دست یابد. مدل مارکویتز با نسبت شارپ پایین‌تر، عملکردی ضعیف‌تر نسبت به GAN و PSO نشان می‌دهد. در نهایت، مدل وزن برابر ضعیف‌ترین عملکرد را دارد.

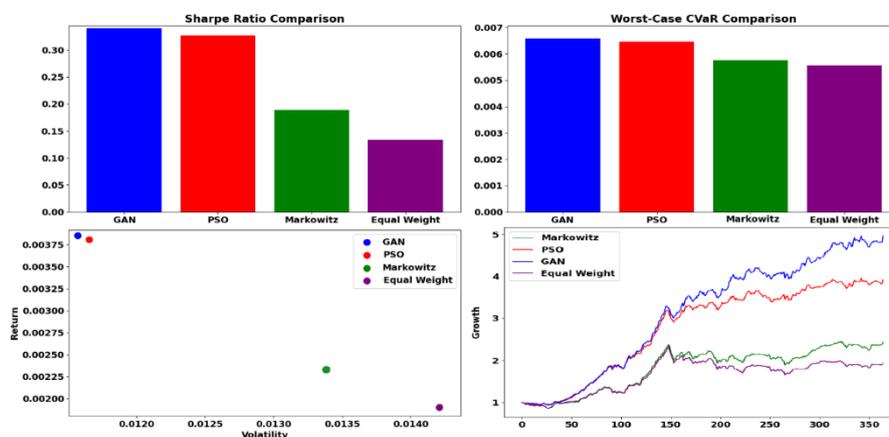
جدول ۵. وزن بهینه ۲۰ سهم برتر پرتفولیوی سهام مورد مطالعه با مدل‌های PSO و GAN

مدل PSO		مدل GAN	
وزن	نام سهم	وزن	نام سهم
0.0174	Pars Khazar	0.0388	Ind. & Mine Inv
0.0173	Kalber Dairy	0.0322	Bahman Inv.
0.0172	Iran Amlah	0.0292	Daroupakhsh P.
0.0172	Saderat Bank	0.0262	Kalber Dairy
0.0170	Iran Khodro	0.0258	Iran Amlah
0.0170	Sarma Afarin	0.0219	Pension Fund
0.0170	Behran Oil	0.0218	Bahonar Copper
0.0169	Ama	0.0212	Omid Inv. Mng.
0.0169	Sepah Inv.	0.0198	Petr. Tran.
0.0165	Atye Damavand	0.0191	Insurance Inv.
0.0165	Alborz Darou	0.0183	Pars Darou
0.0163	Pars Darou	0.0156	Alvand Tile
0.0162	Kerman Tire	0.0151	Aluminum R.
0.0161	Exir Pharm.	0.0150	E. Kh. Shargh
0.0161	Daroupakhash I.	0.0143	Sina Fin. Ins.
0.0160	Iran Refract.	0.0133	Absal
0.0158	S I. N. C. Ind.	0.0133	Buali Inv.
0.0157	Iran Carbon	0.0131	Chadormalu
0.0157	Khouz. Steel	0.0127	Ghadir Inv.
0.0157	Iran M. & P. M.	0.0126	Jaam Darou
33%	وزن	40%	وزن

منبع: نتایج تحقیق

از سوی دیگر، مدل GAN با اندکی WCVaR بیشتر نسبت به PSO قرار دارد. این نتیجه حاکی از آن است که GAN نه تنها بازدهی بالاتری ایجاد می‌کند، بلکه توانایی قابل توجهی در مدیریت ریسک در شرایط بحرانی دارد. این مدل با ترکیب دارایی‌هایی که همبستگی مناسبی در شرایط بحران دارند، ریسک پرتفولیو را به حداقل می‌رساند. مدل PSO با کمترین میزان WCVaR نواسته است ریسک پرتفولیو را به حداقل برساند، اما در مقایسه با مدل GAN از بازدهی پایین‌تری نیز برخوردار است و بنابراین، رفتاری محافظه‌کارانه و ریسک‌گریزتر از مدل GAN از خود نشان داده است. از سوی دیگر، مدل مارکوویتز به دلیل تکیه بر مفروضات ساده شده مانند توزیع نرمال بازده‌ها و نادیده گرفتن رویدادهای شدید بازار، در مدیریت ریسک در شرایط بحرانی ضعیف عمل می‌کند. در مقابل، مدل وزن برابر به دلیل عدم توجه به ویژگی‌های ریسک - بازده دارایی‌ها، بیشترین آسیب‌پذیری را در شرایط بحرانی نشان می‌دهد.

نتایج رشد پرتفولیو نشان می‌دهد که مدل GAN بهترین عملکرد را در بلندمدت دارد. این رشد نه تنها ناشی از بازدهی بالاتر، بلکه به دلیل مدیریت هوشمندانه ریسک است که از طریق ترکیب بهینه دارایی‌ها حاصل می‌شود. مدل PSO اگرچه عملکردی پایدار دارد، اما نوسانات بیشتر در بازدهی آن، نشان‌دهنده تأثیرپذیری بالاتر از شرایط بازار است. مدل مارکوویتز به دلیل محدودیتهای نظری در شناسایی روابط غیرخطی بین دارایی‌ها، نتوانسته به پایداری مدل‌های پیشرفته‌تر دست یابد. مدل وزن برابر نیز کمترین عملکرد را دارد، که بازتابی از عدم تطابق استراتژی توزیع وزن مساوی با واقعیت‌های پیچیده بازار است.



شکل ۸. مقایسه عملکرد روش پیشنهادی با مدل مارکوویتز و پرتفوی با وزن یکسان

منبع: خروجی نرم افزار

۴- بحث و نتیجه‌گیری

پژوهش حاضر با ارائه چارچوبی نوین مبتنی بر ترکیب مدل‌سازی پویای وابستگی‌های دارایی‌ها و الگوریتم فراابتکاری PSO و شبکه عمیق GAN در بهینه‌سازی چندهدفه، گامی مؤثر در جهت ارتقای مدیریت پرتفوی و کنترل ریسک در بازارهای پویا برداشته است. یافته‌های این مطالعه نشان می‌دهد که رویکرد پیشنهادی، با ادغام معیارهای نسبت شارپ و WCVaR نه تنها بر مدل کلاسیک مارکوویتز برتری دارد، بلکه با توجه به پویایی‌های پیچیده بازار، امکان شناسایی ترکیبات بهینه دارایی‌ها را با دقت بالاتری فراهم می‌کند. نتایج تجربی حاکی از آن است که الگوریتم PSO با بهره‌گیری از مکانیزم جستجوی جمعی ذرات، توانسته است پرتفوی‌هایی با بازدهی تعدیل‌شده بر اساس ریسک (نسبت شارپ) ایجاد کند که نسبت به مدل مارکوویتز، ۱۰ تا ۱۵ درصد بهبود در بازدهی را نشان می‌دهد. با این حال، محدودیت اصلی PSO در وابستگی به پارامترهای اولیه و احتمال گیرکردن در نقاط بهینه محلی، عملکرد آن را در مقایسه با مدل‌های مبتنی بر یادگیری عمیق تحت تأثیر قرار می‌دهد. از سوی دیگر، مدل GAN با استفاده از شبکه‌های مولد تخصصی، عملکردی حتی برتر از PSO ارائه کرده است. این مدل با شبیه‌سازی رفتار بازار و یادگیری الگوهای پیچیده، توانسته است پرتفوی‌هایی با WCVaR هم‌تراز و کمی بالاتر از PSO و نسبت شارپ بالاتر از PSO ایجاد کند. این تفاوت عمدتاً ناشی از توانایی GAN در مدل‌سازی روابط غیرخطی و شناسایی دارایی‌های با همبستگی منفی در شرایط بحرانی است. به عنوان مثال، در سناریوهای شبیه‌سازی شده، GAN با تخصیص وزن‌های بهینه به دارایی‌هایی که در شرایط نوسانی بازار رفتار متضادی از خود نشان می‌دهند، موفق به کاهش ریسک سیستماتیک و افزایش بازدهی تعدیل‌شده شده است. مقایسه این دو مدل نشان می‌دهد که اگرچه PSO به دلیل سادگی و سرعت محاسباتی، گزینه مناسبی برای بهینه‌سازی در داده‌های با ابعاد متوسط است، اما GAN با توانایی یادگیری عمیق و شناسایی الگوهای پنهان در داده‌های مالی، به عنوان ابزاری کارآمدتر در محیط‌های پیچیده و غیرخطی عمل می‌کند. از منظر کاربردی، نتایج نشان می‌دهد که ادغام مدل‌های پویای وابستگی با الگوریتم‌های بهینه‌سازی پیشرفته مانند PSO و GAN، می‌تواند شکاف بین نظریه و عمل را در مدیریت پرتفوی کاهش دهد. به ویژه در بازارهای نوظهور مانند ایران، که نوسانات بالایی را تجربه می‌کنند، استفاده از چنین چارچوب‌هایی می‌تواند به سرمایه‌گذاران کمک کند تا پرتفوی‌هایی مقاوم در برابر شوک‌های خارجی طراحی کنند. برای تحقیقات آتی، پیشنهاد می‌شود تأثیر داده‌های غیرساختاریافته (مانند اخبار و تحولات سیاسی) بر عملکرد مدل‌های GAN و PSO بررسی شود. همچنین، توسعه نسخه‌های هیبریدی از این الگوریتم‌ها با استفاده از روش‌های یادگیری تقویتی می‌تواند دقت و سرعت بهینه‌سازی را

افزایش دهد. در نهایت، این پژوهش مسیری جدید را برای ادغام فناوری‌های هوش مصنوعی با مدل‌های مالی سنتی باز می‌کند که می‌تواند به عنوان پایه‌ای برای مطالعات آینده در حوزه مدیریت ریسک و مهندسی مالی مورد استفاده قرار گیرد.

منابع

۱. ایازی، مهدی و ابطحی، سیدمهدی (۱۳۹۹)، بهینه‌سازی پرتفوی سهام با استفاده از رویکرد میانگین و نیم واریانس، پایان‌نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد مرودشت.
۲. تقی‌خواه‌خمامی، نسرين، صلاحی، مازیار (۱۳۹۸)، مدل استوار میانگین - واریانس مارکوویتز، پایان‌نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه گیلان.
۳. داودی‌فر، نسیم (۱۳۹۹)، بهینه‌سازی مدل میانگین نیم واریانس در بازار مالی بین الملل توسط الگوریتم های PSO و GA و FA، فصلنامه علمی تخصصی رویکردهای پژوهشی نوین در مدیریت و حسابداری، ۴ (۴۸)، ۱-۱۴.
۴. رضاشاطری، مریم؛ نصری، محمد؛ زینالی، مهدی. (۱۴۰۳). ارائه الگوی بهینه سید سهام از طریق محدودیت تسلط تصادفی و کاهش ریسک گریزی مطلق، فصلنامه علمی اقتصاد و بانکداری اسلامی، ۱۳ (۴۶): ۲۲۷-۲۵۲.
۵. سعیدی اقدم مهران، صادقی احمد، بحیرایی علیرضا و حاجی اصغری سید یوسف (۱۴۰۱). ارائه مدل پیش بینی قیمت سهام با استفاده از الگوریتم های یادگیری عمیق و کاربرد آن در قیمت گذاری سهام بانک های اسلامی، نشریه اقتصاد و بانکداری اسلامی، ۱۱ (۴۱): ۱۱۷-۱۳۴.
۶. واعظی، فرشته و همکاران (۱۴۰۰)، بهینه‌سازی سید سرمایه‌گذاری بر مبنای توسعه مدل کوله پشتی، رساله دکتری، رشته مهندسی صنایع، دانشگاه علم و صنعت ایران.
۷. اجل‌لوئیان، فرزانه و قندی‌بیدگلی، سمیه (۱۴۰۲)، تعیین سبد بهینه سهام با استفاده از مدل کوله پشتی با در نظر گرفتن ریسک و کلاس بندی سهام، نهمین کنفرانس بین المللی مهندسی صنایع و سیستمها، مشهد.
8. Alotaibi, T. S., Dalla Valle, L., & Craven, M. J. (2022). The Worst Case GARCH-Copula CVaR Approach for Portfolio Optimisation: Evidence from Financial Markets. *Journal of Risk and Financial Management*, 15(10), 482.
9. Ashrafzadeh, M., Taheri, H. M., Gharehgozlou, M., & Zolfani, S. H. (2023). Clustering-based return prediction model for stock pre-selection in portfolio optimization using PSO-CNN+ MVF. *Journal of King Saud University-Computer and Information Sciences*, 35(9), 101737.
10. Bollerslev, T. (1986). Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. *Journal of econometrics*, 31(3), 307-327.
11. Brophy, E., Wang, Z., She, Q., & Ward, T. (2023). Generative adversarial networks in time series: A systematic literature review. *ACM Computing Surveys*, 55(10), 1-31.
12. Caillault, C., & Guegan, D. (2005). Empirical estimation of tail dependence using copulas: application to Asian markets. *Quantitative Finance*, 5(5), 489-501.

13. Chen, W., Zhang, H., Mehlawat, M. K., & Jia, L. (2021). Mean–variance portfolio optimization using machine learning-based stock price prediction. *Applied Soft Computing*, *100*, 106943.
14. Clayton, D. G. (1978). A model for association in bivariate life tables and its application in epidemiological studies of familial tendency in chronic disease incidence. *Biometrika*, *65*(1), 141-151.
15. Dewick, P. R., & Liu, S. (2022). Copula modelling to analyse financial data. *Journal of Risk and Financial Management*, *15*(3), 104.
16. Duarte, G. V., & Ozaki, V. A. (2023). Modeling multivariate time series with copulas: Implications for pricing revenue insurance. *Revista Brasileira de Economia*, *77*, e102023.
17. Engle, R. F. (1982). Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflation. *Econometrica: Journal of the econometric society*, 987-1007.
18. Erwin, K., & Engelbrecht, A. (2023). Multi-Guide Set-Based Particle Swarm Optimization for Multi-Objective Portfolio Optimization. *Algorithms*, *16*(2), 62.
19. Fabozzi, F. J., Kolm, P. N., Pachamanova, D. A., & Focardi, S. M. (2007). *Robust portfolio optimization and management*. John Wiley & Sons.
20. Frank, M. J. (1979). On the simultaneous associativity of $F(x, y)$ and $x+y-F(x, y)$. *Aequationes mathematicae*, *19*(1), 194-226.
21. Grossmass, L., & Poon, S. H. (2015). Estimating dynamic copula dependence using intraday data. *Studies in Nonlinear Dynamics & Econometrics*, *19*(4), 501-529.
22. Kalayci, C. B., Ertenlice, O., & Akbay, M. A. (2019). A comprehensive review of deterministic models and applications for mean-variance portfolio optimization. *Expert Systems with Applications*, *125*, 345-368.
23. Kennedy, J., & Eberhart, R. (1995, November). Particle swarm optimization. In *Proceedings of ICNN'95-international conference on neural networks* (Vol. 4, pp. 1942-1948). IEEE.
24. Khazaei, P., & Makui, A. (2024). Portfolio optimization in the light of factor investment: A bibliometric analysis. *Accounting*, *10*(2), 55-66.
25. Khurshid, S., Abdulla, M. S., & Ghatak, G. (2025). Optimizing sharpe ratio: risk-adjusted decision-making in multi-armed bandits. *Machine Learning*, *114*(2), 32.
26. Lin, C. C., Tseng, C. H., & Ho, S. L. (2023, October). Applying Random Forest Algorithm and Mean-Variance Model in Portfolio Optimization in the China Stock Market. In *2023 IEEE 5th Eurasia Conference on IOT, Communication and Engineering (ECICE)* (pp. 361-364).
27. Lundbergh, S., & Teräsvirta, T. (2002). Evaluating GARCH models. *Journal of Econometrics*, *110*(2), 417-435.

28. Ma, M., Song, S., Ren, L., Jiang, S., & Song, J. (2013). Multivariate drought characteristics using trivariate Gaussian and Student t copulas. *Hydrological processes*, 27(8), 1175-1190.
29. Markowitz, H. (1952). Portfolio Selection. *Journal of Finance*.
30. Nasini, S., Labbé, M., & Brotcorne, L. (2022). Multi-market portfolio optimization with conditional value at risk. *European Journal of Operational Research*, 300(1), 350-365.
31. Nelsen, R. B. (2006). An introduction to copulas. Springer Science & Business Media.
32. Patton, A. (2013). Copula methods for forecasting multivariate time series. *Handbook of economic forecasting*, 2, 899-960.
33. Rockafellar, R. T., & Uryasev, S. (2000). Optimization of conditional value-at-risk. *Journal of risk*, 2, 21-42.
34. Roy, I. (2011). Estimation of portfolio value at risk using copula. *Working Paper, Reserve Bank of India*.
35. Silva, Y. L. T., Herthel, A. B., & Subramanian, A. (2019). A multi-objective evolutionary algorithm for a class of mean-variance portfolio selection problems. *Expert Systems with Applications*, 133, 225-241.
36. Sklar, M. (1959). Fonctions de répartition à n dimensions et leurs marges. In *Annales de l'ISUP* (Vol. 8, No. 3, pp. 229-231).
37. Wang, H., & Zhou, X. Y. (2020). Continuous-time mean-variance portfolio selection: A reinforcement learning framework. *Mathematical Finance*, 30(4), 1273-1308.
38. Yan, T., & Wong, H. Y. (2019). Open-loop equilibrium strategy for mean-variance portfolio problem under stochastic volatility. *Automatica*, 107, 211-223.